



TITLE:

河床砂礫の浮遊機構と浮遊砂量の
算定法に関する基礎的研究(
Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

藤田, 正治

CITATION:

藤田, 正治. 河床砂礫の浮遊機構と浮遊砂量の算定法に関する基礎的研究. 京都大学, 1987, 工学博士

ISSUE DATE:

1987-03-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k3753>

RIGHT:

新 制
工
685
京大附図

河床砂礫の浮遊機構と浮遊砂量の 算定法に関する基礎的研究

1986 年 10 月

藤 田 正 治

河床砂礫の浮遊機構と浮遊砂量の 算定法に関する基礎的研究

1986 年 10 月

藤 田 正 治

目 次

緒 論	1
第1章 河床粒子の浮遊機構に関する研究	5
1.1 概 説	5
1.1.1 乱流構造に関する従来の研究	5
1.1.2 粒子の浮遊機構に関する従来の研究	9
1.1.3 本研究の方針	10
1.2 粗面河床上の流れと乱流特性	11
1.2.1 実験の概要	11
1.2.2 粗面河床付近の流況	12
1.2.3 河床付近の上昇流の発生周期	13
1.2.4 河床付近の上昇流体塊の上昇流速とその継続時間	14
1.2.5 上昇流体塊の鉛直方向のスケール	16
1.3 粗面上の粒子の浮遊機構	18
1.3.1 実験の概要	18
1.3.2 河床付近の流れと粒子の浮遊現象	20
1.3.3 粒子に作用する外力	23
1.3.4 浮遊粒子の三次元的運動特性	26
1.3.5 粗面上の粒子の浮遊機構	34
1.4 滑面上の粒子の浮遊機構	35
1.4.1 滑面上の流れ	35
1.4.2 滑面上の粒子の浮遊機構	36
1.5 結 語	36
参 考 文 献	37
第2章 粒子の浮遊限界に関する研究	40
2.1 概 説	40
2.2 実験的検討	43
2.2.1 実験の概要	43
2.2.2 一様砂の浮遊限界と流送形態の遷移過程	46
2.2.3 混合砂の浮遊限界と流送形態の遷移過程	53
2.3 理論的検討	55
2.3.1 浮遊条件式	55

2.3.2	揚圧力係数と遮蔽係数	56
2.3.3	一様砂および混合砂の浮遊限界	58
2.4	結 語	60
	参 考 文 献	61
第3章	粗面上の粒子の浮遊運動のモデル化に関する研究	62
3.1	概 説	62
3.2	河床粒子の浮遊運動のモデルとその定式化	64
3.2.1	河床粒子の浮遊運動に関するモデル	64
3.2.2	粒子の浮遊運動の定式化	65
3.2.3	粒子の浮遊運動の確率的解析	72
3.3	粒子の浮遊運動特性	77
3.3.1	乱れに対する粒子の応答性	77
3.3.2	浮遊粒子の軌跡のシミュレーション	78
3.3.3	河床粒子の鉛直方向の初期浮上速度	80
3.3.4	浮遊粒子の鉛直方向の分散過程とステップレングスの分布	82
3.4	結 語	86
	参 考 文 献	87
第4章	河床砂礫の浮上率と平衡および非平衡浮遊砂量の算定法に関する研究	89
4.1	概 説	89
4.2	河床砂礫の浮上率	90
4.2.1	従来の研究	90
4.2.2	理論式	92
4.2.3	実験結果と理論結果との比較	95
4.3	確率モデルに基づく平衡および非平衡浮遊砂量の計算法	99
4.3.1	確率モデルによる浮遊砂濃度分布の計算法に関する従来の研究	99
4.3.2	平衡浮遊砂量の算定法	104
4.3.3	非平衡浮遊砂量の算定法	107
4.3.4	$f(z, \tau)$ の簡易的算定法	108
4.4	拡散理論への本理論の適用	110
4.4.1	粒子の拡散係数と濃度分布型	110
4.4.2	基準点濃度	113
4.5	結 語	115
	参 考 文 献	116

第5章 浮遊砂を伴うアーマーコートの形成過程に関する研究	119
5.1 概 説	119
5.2 アーマーコートの形成過程のモデル化	120
5.2.1 流砂の交換モデル	120
5.2.2 流砂量式	121
5.3 浮遊砂を伴うアーマーコートの形成過程に関する実験	125
5.3.1 実験の概要	125
5.3.2 実験結果とその考察	126
5.4 浮遊砂を伴うアーマーコートの形成過程に関するシミュレーション	133
5.4.1 基礎式	133
5.4.2 $f_{si}(\tau)$ の計算結果	135
5.4.3 解析結果と実験結果との比較	136
5.5 結 語	137
参 考 文 献	138
結 論	139

緒 論

河川の流砂量とそれに関連した河床変動を予測することは、水工学の諸問題の中で最も基本的かつ重要な課題である。流砂問題には、洪水時における橋脚周辺の局所洗掘による橋脚の倒壊や河床変動による護岸や堤防の決壊、さらには河床波の形成による洪水位の増大など比較的短い時間的スケールで社会生活に甚大な被害を引き起こす現象と、土壌侵食やダム堆砂など比較的長い時間的スケールで見ると社会生活に被害を及ぼす現象がある。しかし、いずれにしても、これらの現象の機構を解明して、河道や河床の変化ならびにそれが河川構造物や人間社会に与える影響を予測することが肝要である。

以上のような流砂問題の解決のためには、流砂量の予測式を確立することが基本であって、従来、砂礫の掃流および浮遊過程に関する多くの研究により、多種多様な掃流砂量式や浮遊砂量式、または全流砂量式が導かれている。しかしながら、現在のところ十分適用性のある理論が得られているとはいえない。これは、流れが乱流であることや河床との接触などにより砂礫の運動が不規則であって、そのモデル化が非常に難しいためと、実際問題では非平衡状態や非定常状態の流水や流砂を対象にしなければならないことが多くあるためである。また、流砂には掃流砂と浮遊砂が混在するのが一般的であり、掃流砂量と浮遊砂量とを別々に算定するとき両者の区別を明確にする必要があるが、この点に関しては従来曖昧であり、流砂量の算定精度の低下の原因の一つになっていると考えられる。

最近、これらの問題に関して、詳細な検討からより厳密な流砂量式を求めようとする研究が行われている。たとえば、河川の乱流構造に関する研究の進展は目ざましいものがあるが、流砂機構を乱流構造と関連付けてモデル化し¹⁾、²⁾ 移動限界条件や流砂量を予測しようとする試みが盛んに行われてきている。粒子の運動を乱流構造から解析し、粒子の拡散係数や移動速度、河床粒子のpick up rate など、乱れに対する粒子運動の応答結果を表すパラメータを適切に評価すれば、従来の流砂に関する研究をさらに発展させることができる。また、粒子の運動機構は、外力の作用で決定論的にその運動³⁾が決定される面と外力の確率分布によって確率的に粒子が挙動する面の両面からなり、辻本・中川はこのことを考慮して掃流砂量式を求めている。すなわち、粒子の運動方程式から決定論的に解析される粒子のサルテーション運動の素過程を確率的に総和して掃流砂量を算定している。この研究のように粒子運動の確率的な面と決定論的な面の両面に着目している点は、流砂運動の本質をついたもので、今後の流砂研究の一指針を示すものであり、浮遊砂を扱った本研究もこの考え方に従っている。中川・辻本ら⁴⁾は、さらに、粒子のサルテーション運動から浮遊運動への遷移機構を考えて、掃流砂と浮遊砂の区別を明確にして浮遊砂量の算定を行っている。吉川・石川⁵⁾は、掃流砂と浮遊砂を区別して別々に解析することが流砂量の予測精度の低下の原因であると考え、両運動形態を確率過程論的な手法より一体化してモデル化し、全流砂量を算定している。

このように、流砂研究は進展しているが、その多くが平衡かつ定常状態を対象にしたものであり、実河川のように非平衡または非定常状態の場合についての研究は立ち遅れていると言わざるを得ない。

本論文は、これらの点を十分考慮して、とくに浮遊砂に焦点を絞って、平衡および非平衡浮遊砂量の算定のための基礎的な研究を行うものである。

本論文の工学的意義を明確にするために、浮遊砂量を予測することの必要性について若干述べる。河川の全流砂量のうち浮遊砂量の占める割合または浮遊砂量は、水理条件が同一であればその流域の河床材料の粒度分布によって決定される。一般に、河川上流域では河床材料が混合砂で形成されていることが多く、粒度分布は流下方向にも深さ方向にも変化しているのに対し、下流域では粒度分布はほぼ一様である。したがって、浮遊砂量がどの程度発生するかは、河川上流域では混合砂の中に微細な粒子がどの程度存在するか、また下流域では河床材料がどのような粒径の土砂で構成されているかによって異なる。図-1は、天竜川上流域の河床表面の粒度分布とその下層の粒度分布の経年変化を示したものである。⁶⁾ この図から、山地河川の河床材料の特徴として次のようなことが挙げられる。

(1) 細砂から礫までの広範囲な粒径の土砂が含まれている。(2) 河床表面の材料はその下層より粒径が粗く、いわゆるアーマーコートが形成されているが、下層には細砂等の微細砂が多量に含まれている。従来、摩擦速度が粒子の沈降速度より大きいとき河床粒子が浮遊し始めるという浮遊限界の目安が考えられているが、⁷⁾ これを用いるとたとえば、摩擦速度が 20 cm/sec を越えるような流れでは、 0.4 mm 以下の粒径の粒子は浮遊砂となる。図-1の場合、河床表面にはアーマーコートが形成されており、このなかにはこのような条件に対して浮遊砂の成分となるものはほとんど含まれていないが、アーマーコートの下層には浮遊砂の成分が多量に含まれており、全体の20~50%が浮遊形態で流送されうることになる。したがって、アーマーコートが破壊されるような洪水が発生したとき、多量の微

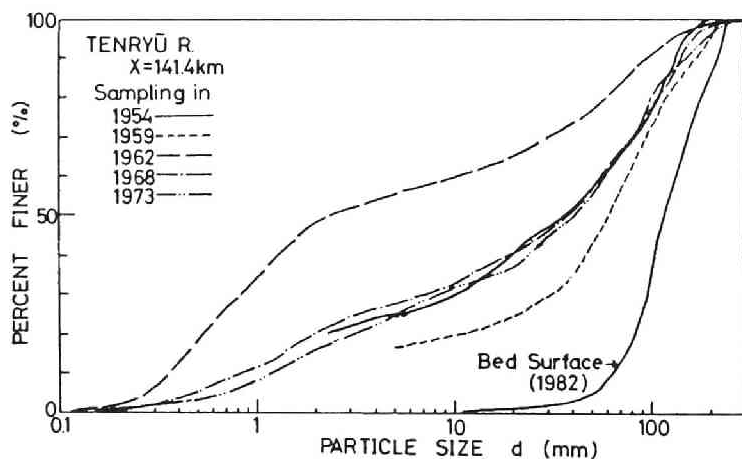


図-1 天竜川上流の河床表面の粒度分布とその下層の粒度分布の一例

(文献6)より引用)

細粒子が浮遊形態で下層部から流出するものと思われる。また、洪水時には、溪床堆積物のほかにも溪岸堆積物や裸地などからも微細粒子が多量に流出するものと考えられており、⁸⁾結局山地流域からの浮遊砂の流出量は非常に多いものと考えられる。このことは山地河川の一般的な特徴を表わしていると言える。

このように山地から流出してきた多量の浮遊砂が貯水ダムや貯砂ダムに達すると、それらはダム湖内に堆積または浮遊し続け、ダム堆砂や貯水池の濁水長期化現象などが深刻な問題になる。これらの問題の解明には、上流からの浮遊砂の流入量とダム湖内での浮遊砂の挙動を予測する必要がある。また、河川の中・下流域では、洪水時に砂漣、砂堆または反砂堆などの小規模河床波や砂州などの中規模河床波が形成されており、流水の抵抗を予測するためにはその形状を推定する必要がある。河床波の形状には浮遊砂の非平衡性が影響しているものと考えられるので、このためには河床波上の浮遊粒子の運動特性を明らかにすることが重要である。さらに、河口部では浮遊砂の堆積による河口閉塞によって河川の洪水位の上昇、船運等への影響などが問題となり、河口部における浮遊砂の堆積過程を明らかにする必要がある。以上のように、河川の上流域から河口部まで、浮遊砂に関係した流砂現象は多くあり、浮遊砂量の算定法を確立することが急務である。

実河川では、流量条件や河床条件は非定常であり、かつ河床条件や河道条件は場所的に異なり、浮遊砂は非定常、非平衡状態になっている。このことは条件によってはそれほど重要でない場合もあるが、一般的な実河川の特徴として浮遊砂の解析に考慮すべきである。従来、このような浮遊砂量の予測のために、拡散理論、確率過程理論およびエネルギー理論などによる方法が数多く提案されているが、実用的な式は未だに得られていないと言っても過言でない。洪水時には、山地河川ではアーマールコート⁹⁾の破壊や階段状河床形の破壊が生じ、河川中・下流部では河床波の変形が進み、河床形状が時々刻々変化する。浮遊砂量の算定法はこの変化に対応できるものを構築することが重要で、河床変動や河道変動の解析も含めた個々の流砂現象の機構の体系化の中で導かれなければならない。様々な条件についてこのことを行うことは現在のところ難しい問題であるが、将来このことに対応できるような浮遊砂量の算定法についての議論を推し進めて行く必要がある。

以上の点に鑑み、本論文では一様砂および混合砂、平衡および非平衡の条件に対して適用できる一般的な浮遊限界の条件式や浮遊砂量の算定法を河床粒子の浮遊機構に基づいて提案することを主眼として、次のようなことについて検討する。

第1章では、河床粒子の浮遊運動と河床付近の流れを同時に高速ビデオにより撮影し、浮遊運動と乱流構造との関連性を明らかにするとともに、粒子に作用する揚圧力や流体力を粒子の軌跡と運動方程式から推定し、それを基に浮遊機構について考察する。とくに、バースティング現象のような河床付近の流れと河床粒子の浮上機構との関連性は、最近注目されている課題であり、本研究でもこの点に焦点を絞って議論を進める。

第2章では、河床粒子の浮遊限界の条件式を浮遊機構についての考察結果や浮遊限界に関する実験結果を使って理論的に導く。とくに、粗面上の粒子の浮遊現象では、浮遊限界に対して礫の遮蔽効果の影響が強いと考えられ、本研究ではこの効果を定量的に評価して浮遊条件を導く。

第3章では、粒子が河床を離脱して浮遊状態に至るプロセスをモデル化して、浮遊粒子の運動のシミュレーションを行う。粒子の運動は外力の確率分布を考慮して運動方程式から解析する。また、浮遊粒子の存在高さやステップレングスの確率分布などの運動特性についても考察する。

第4章では、第3章の結果に基づきストキャスティックな方法によって、平衡および非平衡浮遊砂量の算定法について検討する。すなわち、まず河床砂礫の浮上率の算定式を導き、それと河床砂礫の浮遊運動の確率的解析結果から浮遊砂量を算定する。混合砂礫の場合、礫の遮蔽効果が浮遊砂量の算定にとって重要であり、本理論ではこの点に注意して、一様砂および混合砂に対して適用できる浮遊砂量の算定法を提案する。

第5章では、アーマールコート形成過程に伴って生じる浮遊砂に対して第4章で提案した非平衡浮遊砂量の算定法を適用し、本理論の妥当性について実験結果との比較から検討するとともに、アーマールコート形成過程のシミュレーションを浮遊砂を考慮して行う。

参 考 文 献

- 1) Sumer, B.M. and R. Deigaard : Experimental investigation of motions of suspended heavy particles and the bursting process, Inst. Hydrodynamics and Hydraulic Engineering, Technical University of Denmark, Series Paper, No.23, 1979.
- 2) Gyr. A: Towards a better definition of the three types of sediment transport, Jour. Hydraulic Research, Vol. 21, No.1, 1983, pp.1-15.
- 3) 辻本哲郎・中川博次：掃流粒子のsaltationの確率過程論的解析，土木学会論文集，No.345, 1984, pp.83-90.
- 4) 中川博次・辻本哲郎・村上正吾・小藪仁：浮遊砂の基準面濃度の推定について，第28回水理講演会論文集，1984, pp.665-670.
- 5) 吉川秀夫・石川忠晴：流砂運動のモデル化とそれに基づく流砂量の算定法について，土木学会論文報告集，第269号，1978, pp.53-63.
- 6) 高秀秀信・九津見生哲・藤沢 寛：水系における土砂動態システムについて，第27回水理講演会論文集，1983, pp.767-772.
- 7) 椿東一郎：水理学Ⅱ，基礎土木工学全書7，森北出版，p.233.
- 8) 芦田和男・江頭進治：山地部河道における微細土砂濃度の推定法，水資源研究センター研究報告，1981, pp.39-51.

第 1 章 河床粒子の浮遊機構に関する研究

1.1 概 説

河床粒子の浮遊限界や浮上率、粒子の拡散係数、浮遊砂量算定のための確率過程論的解析法などについて検討するためには、粒子の浮遊機構を解明することが重要である。このためには、流れの乱流構造を明らかにする必要があるが、最近の可視化法や乱流計測法を駆使した研究によって、流れの中の渦構造がかなり詳細にわかってきた。それに伴って、浮遊機構を乱流構造と結び付けて考察する研究が多く行われるようになり、浮遊機構についても詳細な議論が展開されるようになった。本節では従来明らかにされてきた乱流構造や浮遊機構の成果を簡単に整理し、本研究の方針について述べる。

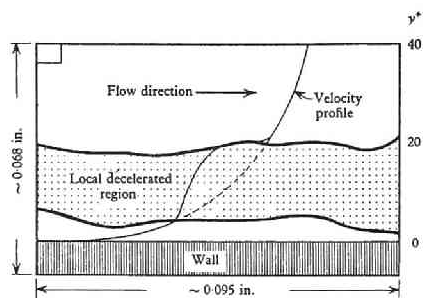
1.1.1 乱流構造に関する従来研究

流れの可視化法を使って、滑面せん断流の壁面領域の乱流構造を明らかにしようとする試みは、Kline・Reynolds ら¹⁾(1967)の研究以来、Corino・Brodkey²⁾(1969), Offen・Kline³⁾らの多くの研究者によって行われており、間欠的に低速流体塊が河床近傍から上昇するエジェクションと、その後、壁面領域に高速流体塊が侵入するスウィープから構成されるバースティング現象の存在が明らかにされた。図 1.1 は、Corino・Brodkey によって観察されたバースティング現象の模式図を示したもので、エジェクションが加速流域と減速流域の相互作用で生じ、その後、それが加速流域によってスウィープされる様子が描かれている。また、図 1.2 は、Offen・Kline³⁾によるバースティング現象のモデルであり、エジェクションによって上昇した流体塊が下流側の低速渦の上昇を誘起し、連続的なバースティングが発生する過程を説明している。彼らのモデルでは、バーストの通過による局所的負の圧力勾配を低速渦浮上の原因と考えている。このようなバースティング現象は、乱れの発生機構の立場からだけでなく、河床粒子の浮上機構を考察するうえで重要であると思われる。

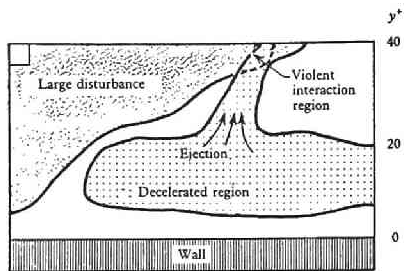
つぎに、滑面乱流境界層の外部領域の乱流構造については、Brown・Thomas⁴⁾(1977), Falco⁵⁾(1977)らが詳細な研究を行っている。Brown・Thomas⁴⁾は、壁面せん断応力の変動と乱れ速度との関連性を調べるとともに、外部領域の乱れ速度の相関から、図 1.3 に示すような組織的な渦運動の存在を明らかにした。また、Falco⁵⁾は、流れの可視化と乱流計測より、大きなスケールの渦とその上に小さなスケールの渦(typical eddy)が存在することを考察し、図 1.4 のような乱流構造をモデル化した。

Cantwell⁶⁾(1981)は、乱流境界層の乱流構造に関する多くの研究成果を総括して、様々なスケールの渦から成る流れの構造を図 1.5 に示すようにモデル化した。このような流れ全体の渦構造のモデル化は、浮遊砂の運動機構を考えるうえで、多くの情報を提供するものであり、各々の渦の運動特性などについてさらに詳細な検討が望まれる。また、以上の研究は滑面を対象にしたもので、粗面の場合についても検討する必要がある。

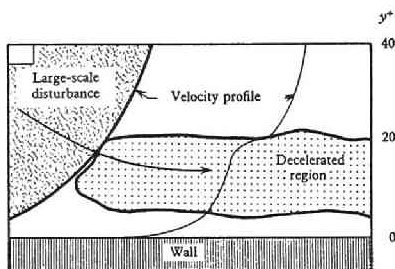
一方、実河川を対象にした乱流構造の研究も盛んに行われている。その中で注目されるのは、Matthes⁷⁾(1947)やJackson⁸⁾(1976)らのコルクやボイルに関する研究と木下⁹⁾(1967)の並列らせん流



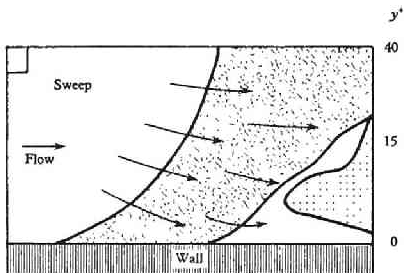
(a) deceleration



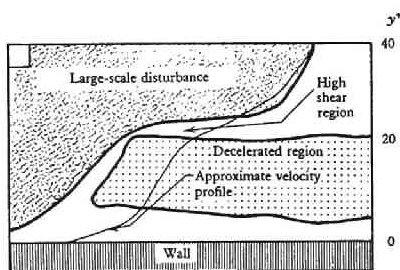
(d) ejection event



(b) acceleration



(e) sweep event



(c) shear layer

図 1.1 パースティング現象の模式図 (Corino・Brodkey²⁾ による)

$y^+ = y u_* / \nu$, y : 鉛直方向の高さ, u_* : 摩擦速度,
 ν : 動粘性係数)

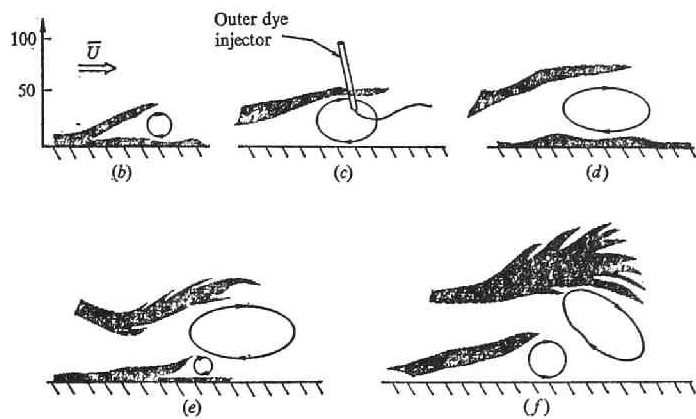


図 1.2 バースティング現象の模式図 (Offen・Kline³⁾ による)

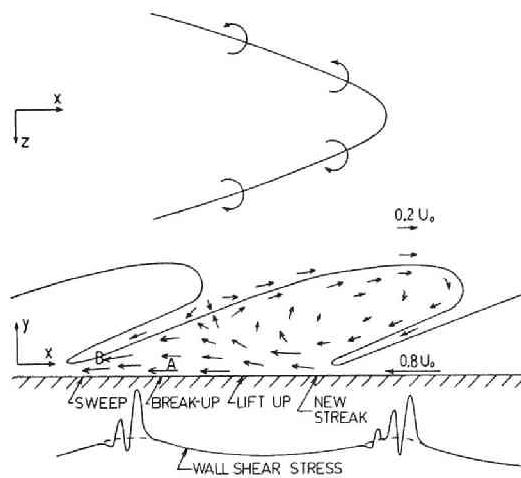


図 1.3 乱流境界層の乱流構造 (Brown・Thomas⁴⁾ による)
(U_0 : 乱流境界層の外側における流速)

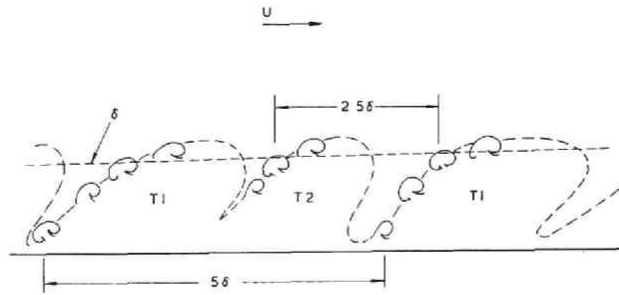


図 1.4 乱流境界層の乱流構造 (Falco・Thomas⁵⁾ による)
(U : 乱流境界層の外側における流速, δ : 乱流境界層の厚さ)

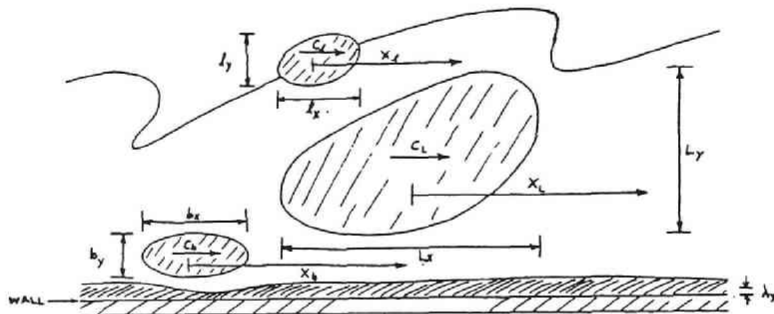


図 1.5 乱流境界層の乱流構造 (Cantwell⁶⁾ による)

λ_y : 粘性底層の厚さ, b_x, b_y, x_b, c_b : energetic near-wall eddy の流下方向のスケール, 流下方向の間隔, 流下方向の移動速度, l_x, l_y, x_l, c_l : typical eddy の流下方向および鉛直方向のスケール, 流下方向の間隔, 流下方向の移動速度, L_x, L_y, x_L, c_L : big eddy の流下方向および鉛直方向のスケール, 流下方向の移動速度

に関する研究である。コルクとは、図 1.6 に示すように、河床の凹部から生じる強い上昇流であり、それが水面で拡散してボイルとなる。Jackson⁸⁾ は、ボイルとバースティングの発生周期を比べて、バーストのうち特に強いものがボイルになると考えている。福岡・福嶋・奥津¹⁰⁾(1980)は実験水路でボイルを発生させ、河床付近の強度の大きい渦運動がボイルを形成すると指摘している。このように、ボイルと河床付近の渦運動との関連性については若干検討されているものの、ボイルの発生機構についてはまだ明確でない。

一方、木下⁹⁾は、洪水時の流況を撮影した航空写真より、図 1.7 に示すような流下方向に軸をもつ並列らせん流の存在を指摘した。並列らせん流の横断方向の周期は水深の約 2 倍で、上昇流の個所はボイルが生じているものと考えられる。黒木・岸¹¹⁾(1981)は、並列らせん流と同様の現象である縦渦について理論的に解析し、縦渦の卓越スケールが水深程度であることや流れの定量的な構造を明らかにした。

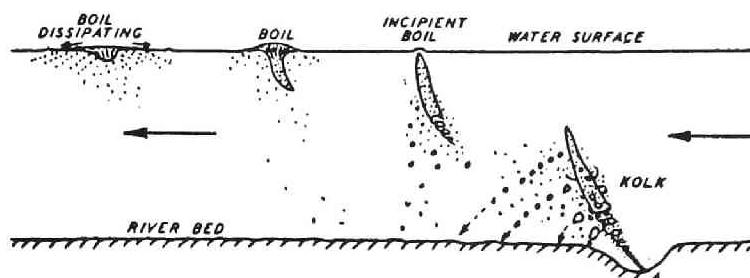


図 1.6 コルクとボイル (Matthes⁷⁾ による)

ボイルや並列らせん流は河床形態と密接に結び付いた現象であり、その解析は複雑である。しかし洪水時の観測で、流砂に及ぼすこれらの現象の重要性が指摘されており、^{8), 9)} 今後、実験水路を使って明確にされてきた渦構造に関する知見との関連性を明らかにしてバースティング、ボイル、並列らせん流などの諸現象が説明できる流れの構造のモデル化を進める必要がある。

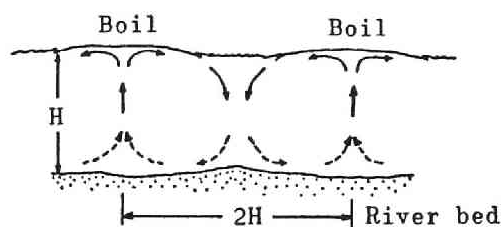


図 1.7 並列らせん流 (木下⁹⁾ による)

(H : 水深)

1.1.2 粒子の浮遊機構に関する従来の研究

前項のような乱流構造に関する知見をもとに、Sutherland¹²⁾ (1967), Engelund¹³⁾ (1970), Grass¹⁴⁾ (1974), Jackson⁸⁾ (1976), Sumer・Oguz¹⁵⁾ (1978), Gyr¹⁶⁾ (1983) らが、粒子の浮遊機構について興味深い研究を行っている。

Sutherland¹²⁾ は、平坦河床や河床波上の流れと河床粒子の運動とを詳細に観察して、粒子の離脱機構を次のように考えた。すなわち、乱流境界層から河床に向かって下降してくる渦が粘性底層を破壊し河床から上昇する速度ベクトルが生じ、それによって粒子が浮上すると述べている。彼はこれを説明するために、pulsating jet による粒子の運動機構を調べ、図 1.8 のように、渦輪によって河床粒子が移動、浮上する現象を観察した。この研究は、乱れと粒子の運動の関係を詳細に観察したという点で高く評価できるものである。

Jackson⁸⁾ は、前述のように、実河川の洪水時のボイルを観察して、ボイルの中に周囲と比べて高濃度の浮遊砂が含まれていることを明らかにし、ボイルの発達過程であるコルクが河床粒子の浮上機構に重要な役割を果たすことを指摘した。

Sumer・Oguz¹⁵⁾ は、比重が 1 に近い粒子の浮遊運動をストロボ撮影し、その軌跡の特性とバース

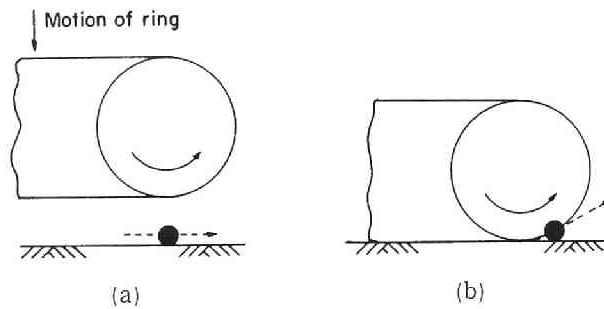


図 1.8 渦輪による粒子の浮上機構 (Sutherland¹²⁾ による)

ティングの時・空間的スケールを比較して、浮遊運動とバースティング現象との関連性を詳細に調べた。彼らは、Offen・Kline のバースティング現象のモデル（図 1.2）をもとに、滑面上の粒子の浮遊機構を次のように考えた。粘性底層の中に存在する粒子は、低速渦が浮上する機構、すなわち、バーストが上を通過するために生じる瞬間的、局所的負の圧力勾配による揚力によって浮上する。その後、バーストの作用で主流へ輸送され、バースト構造のbreak upとともに浮上過程を終了し、底面へ戻る途中、浮上流体塊に遭遇すると再浮上するが、それがないと底面に到達する。Sumer¹⁷⁾ (1979) は、このようなバースティングによって河床粒子が浮上する機構を、粒子の運動方程式より定式化した。また、この結果と浮遊粒子の軌跡の実測値から、圧力勾配による力を推定し、これが河床付近で衝撃的に粒子に作用することを明らかにし、Offen・Kline のバースティングや Sumer・Oguz の浮遊機構のモデルの妥当性を示した。浮遊機構における圧力勾配による力の重要性はEngelund¹³⁾ も指摘している。また、Grass¹⁴⁾ は、河床粒子がエジェクションによって舞い上がる様子とエジェクションの幾何形状との類似性から河床粒子の浮上機構がバースティングと関係していることを考察した。

Gyr¹⁶⁾ は、Cantwell⁶⁾ の乱流境界層の渦構造のモデル（図 1.5）から、粗面開水路流の乱流構造を類推して、その中の粒子の運動をモデル化しようとした。

以上のように、乱流構造に関する知見を積極的に浮遊機構のモデルに導入しようとする試みが多くなされている。しかし、これらの成果を使って、粒子の運動を定量的に検討するまでには至っていないし、また、並列らせん流などの二次流の浮遊運動に及ぼす影響についても明らかにされていない。

1.1.3 本研究の方針

浮遊機構について考察するためには、まず、河床条件を明確にしておく必要がある。とくに、河床波を伴う河床の場合と平坦河床の場合では、乱流構造がかなり相異なるものと考えられる。また、河床波でも砂漣、砂堆および反砂堆では、乱流構造がそれぞれ異なり、浮遊砂の運動機構も各形態で別々に検討しなければならないものと考えられる。河川中・下流域では河床波が形成される場合が多くあり、浮遊機構に及ぼす河床波の影響を明らかにする必要がある。一方、河川上流域では、粗面上の粒子の浮遊機構の解明が重要であり、平坦河床が対象になる場合も多い。本研究では、後者のような平坦粗面河床の条件もしくは平坦滑面床の条件に対する粒子の浮遊機構について考察することにし、

河床波が存在する条件は取扱わないものとする。

開水路流の乱流構造について、前述のように多くの研究が行われているが、滑面に対するものが多く、粗面についてはそれ程行われていない。粗面河床上の流れの乱流構造の解明が本研究の主目的ではないが、浮遊機構について考察するうえで、最小限必要な事項、すなわち、河床付近の流況や乱れ速度とその継続時間などについて明らかにする必要がある。そこで、水素気泡や染料で可視化された粗面河床上の流れを高速ビデオ撮影し、ビデオ解析からそれらの事項について検討する。また、浮遊機構についてもかなり明らかにされてきたが、流れと浮遊粒子の運動を同時に撮影して考察している研究、粒子の三次元的運動に着目している研究および粒子に作用する外力を評価している研究は少ない。本研究はこれらの点に重点を置いて、粒子の浮遊機構について考究する。

1.2 粗面河床上の流れと乱流特性¹⁸⁾

1.2.1 実験の概要

従来、滑面河床上の乱流構造は、1.1 で述べたようになりに明らかにされてきた。しかし、粗面河床の場合は、土砂水理学上重要であるにもかかわらず、Grass¹⁹⁾ (1971) や中川・瀬津・為沢²⁰⁾ (1974) が、水素気泡法で滑面上のバースティングと同様の現象が発生していることを確認している程度に過ぎない。粗面河床付近では、粗度の影響で粘性底層が破壊されていると考えられ、滑面の場合と同様の機構でバースティングが発生しているかについては疑問であり、今後検討を要する課題の一つである。本研究では、粒子の浮遊運動のモデル化に有用な情報として、水路横方向から見た流況、河床付近で発生する上昇流（エジェクション）の発生周期、乱れ速度とその継続時間との関係などについて水素気泡や染料を使った可視化法より検討する。

実験水路は幅30cm、長さ8 m、勾配 1/1000 であり、河床には、平均粒径 $d_r = 4.8$ mmの礫が均一に敷かれている。水素気泡発生装置は図 1.9 に示すとおりで、陰極線に 1 mm 間隔にペンキで絶縁した直径 100 μ の白金線を用いた。この装置は、同様の実験を行ったGrass¹⁹⁾ のものとほぼ同じである。これより、二次元的な流れの可視化や鉛直方向および流下方向の乱れ速度の定量的解析が行える。次に、染料を使った実験では、ローダミンB溶液を図 1.10 に示すような装置で礫と礫の間隙を一定速度で注入し、河床付近の流れの可視化を行った。この実験は、河床付近で生じる上昇流と浮遊粒子の運動との関連性について調べるために行ったもので、それについての結果は 1.3.2 で述べることにし、ここでは流体塊の挙動だけに着目する。

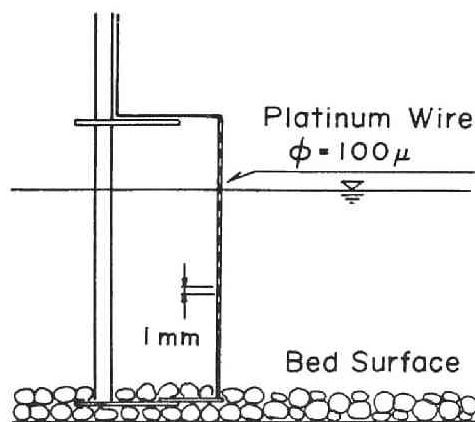


図 1.9 水素気泡発生装置

実験条件は、流量 $Q = 1.2 \ell / \text{sec}$ 、平均水深 $h = 2.8 \text{ cm}$ 、摩擦速度 $u_* = 1.5 \text{ cm} / \text{sec}$ でありこの条件では砂粒レイノルズ数 $u_* d_p / \nu = 73$ となり河床条件は粗面である。ここに、 ν ：動粘性係数である。また、水素気泡の発生周期は 0.02 sec とした。撮影時には、水路上方からスリット光線を照射し、毎秒 200 フレームの録画が可能な高速度ビデオカメラを用いて、水路横方向から可視化された流れを撮影した。

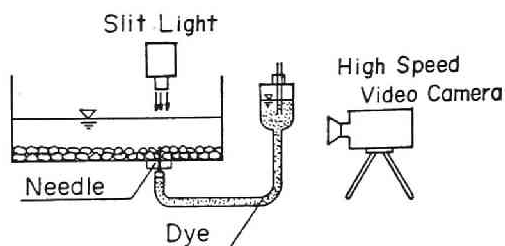


図 1.10 染料の供給方法と撮影方法

1.2.2 粗面河床付近の流況

写真 1.1 ①～④は、水素気泡によって可視化された流れの様子を連続写真で示したものである。写真上方の数値は撮影時刻を $1 / 1000 \text{ sec}$ 単位で表示したものである。②、③に流体塊が上昇する過程が見られ、①、④に上昇流の発生的前後に下降流が生じる過程が見られる。このような現象は、従来滑面や粗面で可視化観察されたバースティング現象と同様のものであり、②、③がエジェクション過程、①、④がスウィープ過程に相当する。また 1.3.2 の写真 1.2 (a), (b) は、染料で可視化された河床付近の流れの挙動を示したもので、間欠的に上昇流が生じていることがわかる。

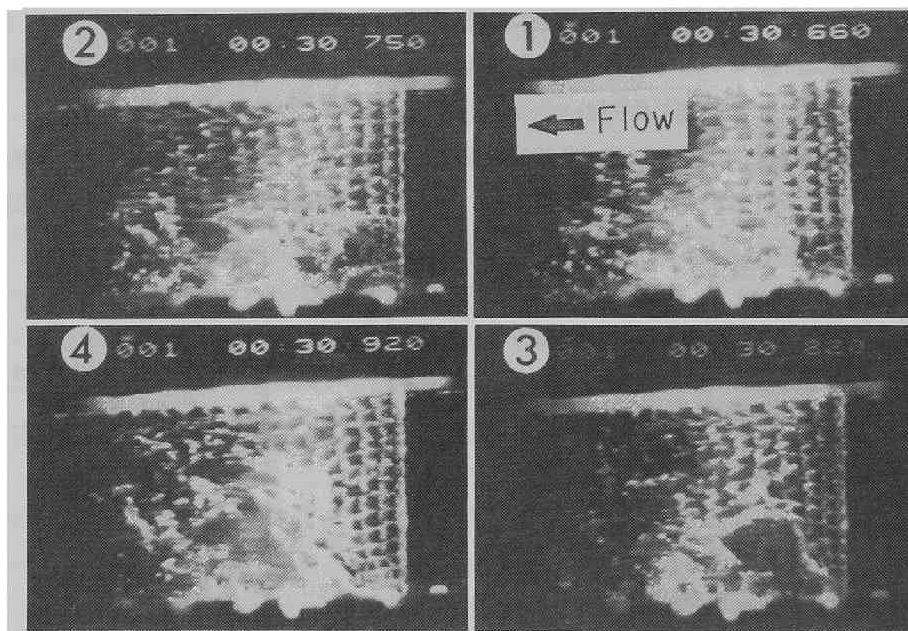


写真 1.1 水素気泡で可視化された粗面河床上の流れ

写真 1.1 ③に見られるように、エジェクション過程では河床に対して急角度の境界が形成されており、河床付近の低速の流体塊が急激に上昇することが推察される。また、上昇流の影響範囲は水深の 3 ～ 5 割程度であり、時には水面付近まで及ぶことがある。このように、粗面河床付近でも、バースティング現象が生じているが、その発生機構やスケールが従来研究されている滑面の場合のものと同様であるかについては明らかでない。しかし、上昇流が発生するのは、Offen・Kline³⁾(1975) が述べているように、何らかの機構で河床付近の圧力勾配が負になるためであり、粗面の場合も同様に考えるのが妥当である。この負の圧力勾配は、上昇流体塊が加速度運動する間継続し、これに起因する揚圧力によって、粒子は河床を離脱・浮上するものと考えられる。

河床から離れるにつれて、流れの変動は穏やかになり、乱れのスケールも大きくなるものと考えられる。この変動はバースティング現象と関係しており、エジェクション過程のときは全水深にわたって上昇流、スウィープ過程のときは下降流が生じる傾向がある。

1.2.3 河床付近の上昇流の発生周期

中川・禰津²¹⁾(1976) は、エジェクションの発生周期を、レイノルズ応力の値を判定基準にして解析している。上昇流発生の判断に主観を入れないためには、このような解析法が必要であるが、本実験では詳細な検討は無理であるので、多少過小に評価することになる恐れはあるが、ビデオ画像から目視で発生周期 T_u を読み取った。図 1.11 は T_u の頻度分布を示したもので、 T_u の平均値 \bar{T}_u は 0.27 sec、標準偏差は 0.13 sec である。 \bar{T}_u を最大流速 U_{max} と平均水深 h で無次元化すると、 $\bar{T}_u U_{max} / h = 1.7$ となり、この値は滑面におけるバースティングの平均発生周期 \bar{T}_B の無次元量（たとえば中川・禰津²²⁾(1978) によると $\bar{T}_B U_{max} / h = 1.5 \sim 3.0$ ）とほぼ一致する。したがって、粗面においても滑面と同様の周期で上昇流が発生していることがわかる。

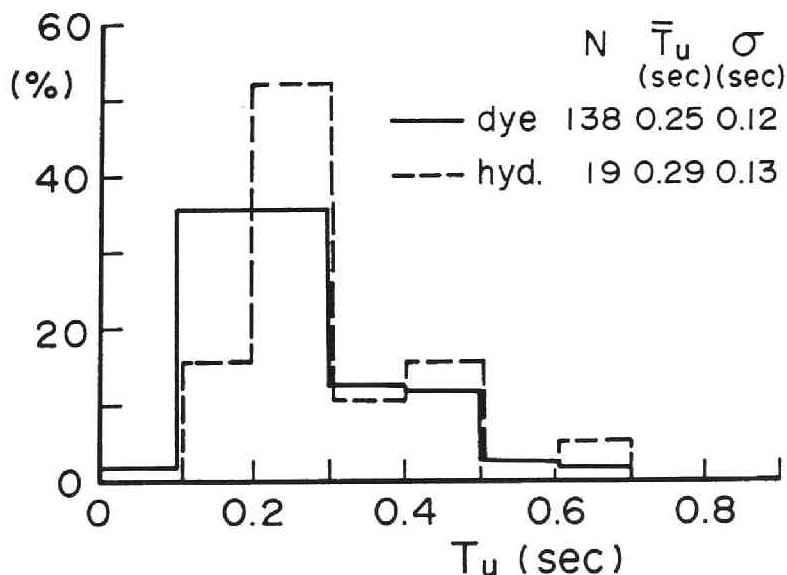


図 1.11 上昇流の発生周期の頻度分布

1.2.4 河床付近の上昇流体塊の上昇流速とその継続時間

河床付近で発生する上昇流体塊の上昇流速は、図

1.12に示すようにラグランジュ的に追跡すると正の値が継続し、その後減少して T_{el} 時間後に0になる。

図 1.13は河床から 0.4 cm の高さで発生した水素気泡をラグランジュ的に追跡して、鉛直方向の流速のラグ

ランジュ的時間変化を示したもので、流体塊の上昇速度は多少の変動は伴うものの図 1.12に模式化した時間変化と同様の傾向を示している。いま、上昇

流体塊の中心の位置 $z = z_L$ (図 1.12参照) の付近における水素気泡や染料の軌跡から上昇流速のラグ

ランジュ的時間変化を測り (たとえば図 1.13) , その時間平均値 w_{fe} と T_{el} の関係を求めた結果を図 1.14に示す。ただし、本実験では $z_L \doteq 0.4\text{cm}$ であ

った。この図に示すように w_{fe} と T_{el} の間には正の相関があり、上昇流速が大きい程、そのラグランジュ的継続時間が長くなる傾向があることが認められる。ここで、 T_{el} の平均値 \bar{T}_{el} はいわゆる渦の平均寿命時間とは異なるものであるが、比較的大きいスケールの乱れに対する寿命時間である。

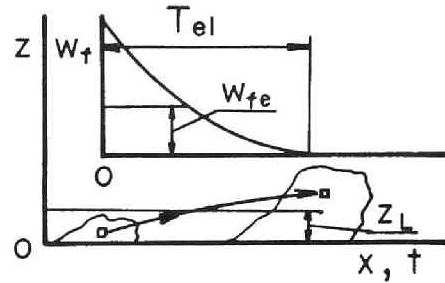


図 1.12 上昇流の鉛直方向の流速のラグランジュ的变化についての模式図

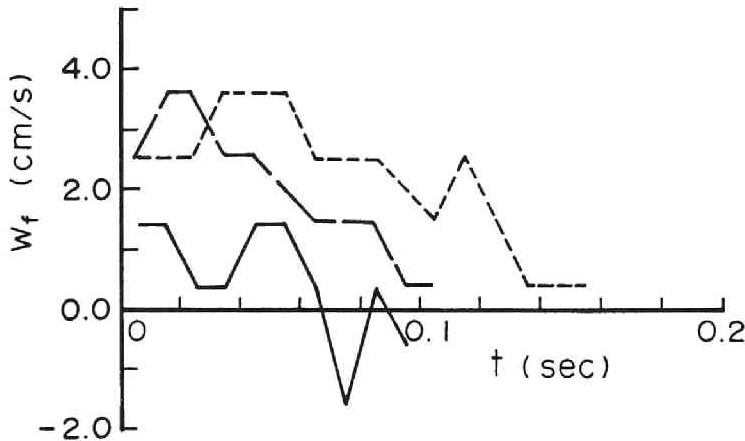


図 1.13 上昇流の鉛直方向の流速のラグランジュ的時間変化

w_{fe} と T_{el} の関係を定式化することは浮遊粒子の運動をモデル化する上で重要である。そこで、この関係を次式で近似する。

$$\frac{T_{el} u_*}{h} = a \frac{w_{fe}}{u_*} \dots\dots\dots (1.1)$$

ここに、 a : 比例係数である。

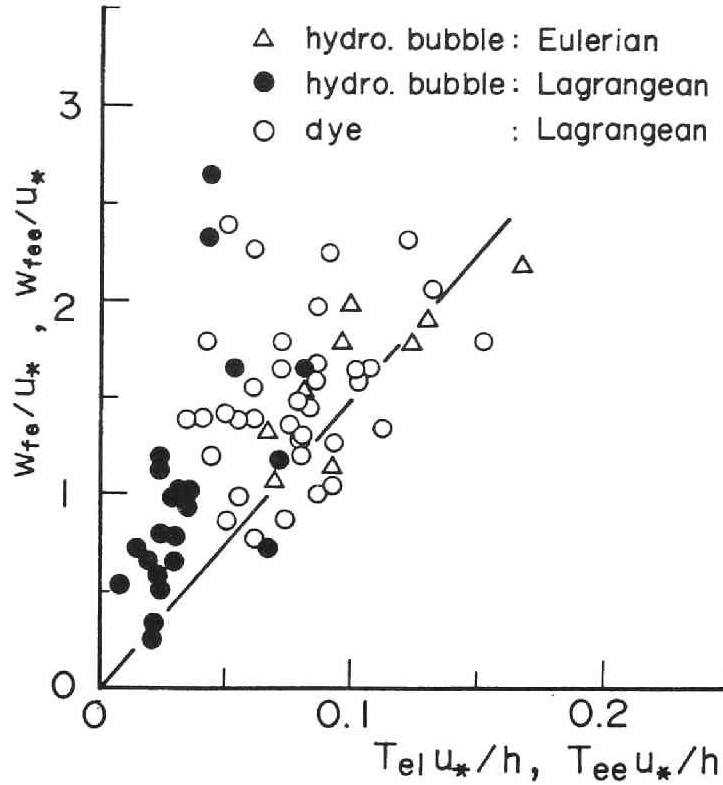


図 1.14 上昇流の鉛直方向の流速とそのラグランジュ的およびオイラー的継続時間

式 (1.1) の関係が一般的に成立するかが問題であり、つぎにこれについて検討する。 $z = z_L$ において上昇流速のオイラー的時間変化を水素気泡より測定し、上昇流速の時間平均値 w_{fee} とその継続時間 T_{ee} の関係を調べた結果、図 1.14 のようになり、 $w_{fee} = w_{fe}$ に対して $T_{el} \equiv T_{ee}$ となった。したがって、 w_{fee} と w_{fe} が同様の確率分布に従うものとする、 w_{fee} および w_{fe} の平均値 \bar{w}_{fee} および \bar{w}_{fe} に対する継続時間 \bar{T}_{ee} 、 \bar{T}_{el} もほぼ等しいものと考えられる。しかし、従来の研究²³⁾より、オイラー的平均寿命時間とラグランジュ的平均寿命時間の比が U/u' (u' : 流下方向の乱れ強度) の関数となることが指摘されているので、これから類推して、ここでは $\bar{T}_{el} = c_3 \bar{T}_{ee}$ とおくことにする。 $\bar{w}_{fe} \equiv \bar{w}_{fee} = c_2 u_*$ と表わし、Prandtl の混合距離理論により、

$$\bar{T}_{ee} = \frac{c_1 \kappa z}{\bar{w}_{fee}} \quad \dots\dots\dots (1.2)$$

とすると、以上の関係式より

$$a = \frac{c_1 c_3}{c_2^2} \frac{\kappa z_L}{h} \quad \dots\dots\dots (1.3)$$

をうる。ここに、 c_2 ：比例定数、 κ ：カルマン定数である。河床付近の鉛直方向の乱れ速度 w_f ($-\infty < w_f < \infty$) は平均0の正規分布に従うことが明らかにされており、その標準偏差 w_f' は文献(19), (24) および本実験によると図1.15のようになり u_* にほぼ等しい。これより w_{fe} や w_{fe}' が w_f の正の領域に相当するとすれば $c_2 = 0.67$ となる。また、 c_3 の値は本実験より $c_3 \approx 1$ とおく。 κ は清水では、0.4であるが、浮遊砂濃度によって変化することが知られている。^{(25), (26)} さらに、本実験では $a = 0.067$ 、 $z_L/h = 0.14$ であるので $\kappa = 0.4$ とすると $c_1 = 0.5$ となる。 c_1 の値はオーダー的に妥当なものであり、これより式(1.1)は一般的に成立するものと考えられるが、 z_L/h の値をいかに決定するかが問題である。以下の解析では、本実験より $z_L/h \approx 0.14$ を用いることにするが、この点は今後検討を要する。

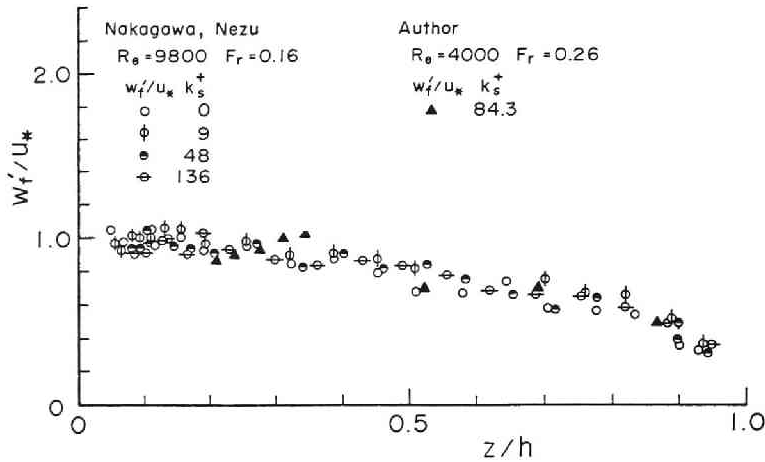


図 1.15 鉛直方向の乱れ強度の鉛直分布

上昇流体塊の時間平均上昇流速 w_{fe} とそのラグランジュ的継続時間 T_{el} の発生確率密度は、式(1.1)のように w_{fe} と T_{el} の関係を規定すると、図1.16のハッチを施した平面で表わされる。実際にはこの確率密度は空間的な分布を呈するが、以後の浮遊粒子の運動解析では、図1.16のようにモデル化した w_{fe} と T_{el} の関係およびそれらの確率密度分布を用いる。

1.2.5 上昇流体塊の鉛直方向のスケール

写真1.1③に見られるように、エジェクションが生じると、水素気泡の収束線が明確に形成される。この高さを上昇流体塊の鉛直方向のスケール z_e と定義すると、その頻度分布は図1.17のようになる。 z_e は水深の $1/5 \sim 4/5$ の間にばらついているが、頻度の高いのは水深 $1/5 \sim 1/2$ である。 z_L は $z_e/2$ に等しいと考えると、この結果より、 $z_L/h = 0.1 \sim 0.25$ となる。しかし、これについて一般的に述べるためには水理条件を変えた系統的な実験が必要である。

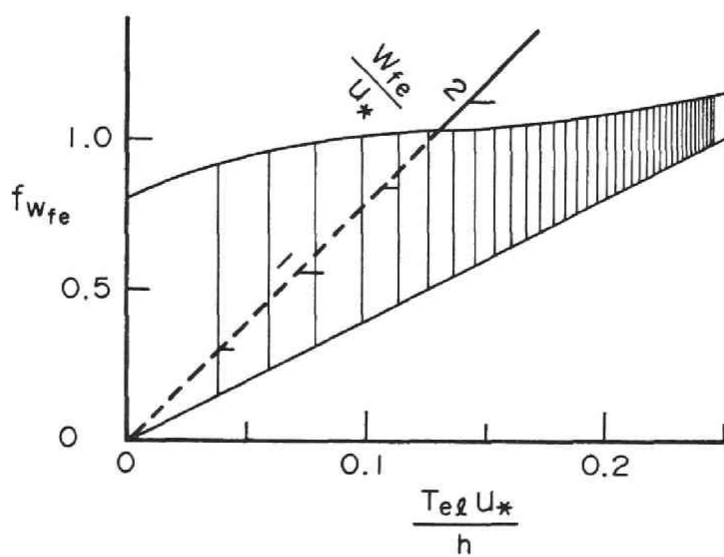


図 1.16 上昇流の鉛直方向の流速とその継続時間の確率分布に関するモデル

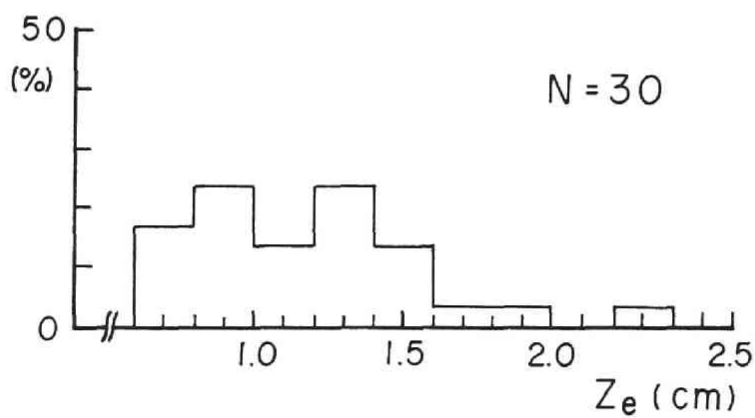


図 1.17 上昇流体塊の鉛直方向のスケール
(水深 $h = 2.8 \text{ cm}$)

1.3 粗面上の粒子の浮遊機構

Sumer¹⁷⁾は、浮遊粒子の軌跡の特徴を詳細に調べ、バースティング現象と粒子の浮遊運動との関連性を指摘し、それに基づいて浮遊機構をモデル化している。本研究では、浮遊機構についてさらに詳しく検討するために、粒子の運動と河床付近の流れとを同時に高速ビデオ撮影し、両者の関係について明らかにするとともに、浮遊粒子の軌跡と粒子の運動方程式から粒子に作用する外力を求める。また、浮遊粒子の軌跡を三次元的に捉え、らせん流と浮遊運動との関連性についても調べる。

1.3.1 実験の概要

(1) 河床付近の流れと粒子の浮遊運動との関連性に関する実験

(a) 実験装置および実験条件

実験水路、河床条件および水理条件は1.2で述べた実験のものとはほぼ同一である。水路上流端から5 mの位置に外径1 mmの注射針を礫の頂部付近まで差し込み、図1.10に示すような装置で、染料が一定速度で河床に供給できるようにした。実験に用いた粒子は、平均粒径1.4 mm、比重1.05、平均沈降速度1.88 cm/secのほぼ均一なポリスチレン粒子である。実験は、河床の礫と礫の間に一様に敷いたポリスチレン粒子の運動と染料で可視化された河床付近の流れを、同時に高速度ビデオカメラを用いて、水路横方向から撮影した。撮影時にはスリット光線を水路上方から照射しており、撮影区間は横断方向に4 cm、流下方向に5 cmであった。なお、染料の流入速度が流れにあまり撮影を与えていないことは、実験と同じ水深の静水中に染料を注入して確認した。

(b) 解析方法

本実験は、流れと粒子の運動の関係を定性的に把握するだけでなく、粒子の運動軌跡や上昇流体塊の上昇速度などについても解析することを目的としている。そのため、モニター上の座標 $\mathbf{X}(X_0, Z_0)$ から真の座標 $\mathbf{x}(x_0, z_0)$ に変換する必要がある。(図1.18参照)以下、真の流下方向、横断方向および鉛直方向の座標軸を x, y, z モニター上のものを X, Y, Z とする。

x_0, z_0 は、真の y 座標値 y_0 が与えられると、 $x_0 = f_x(X_0, y_0, Z_0)$ 、 $z_0 = f_z(Z_0, y_0, X_0)$ と表わされる。ここに、 f_x, f_z は x および z 座標に関するキャリブレーション式である。ここで、 f_x および f_z はそれぞれ Z_0, X_0 に関してはほぼ一定と見なせるので、 $x_0 = f_x(X_0, y_0)$ 、 $z_0 = f_z(Z_0, y_0)$ となる。 y_0 の値は本実験ではわからないので、真の座標値は得られない。しかし、撮影区間内での y_0 による x_0, z_0 の最大誤差は2 mm程度であり、粒子の横断方向の変位量が数mm程度であることを考慮すると、粒子の流水中における絶対的な位置は若干

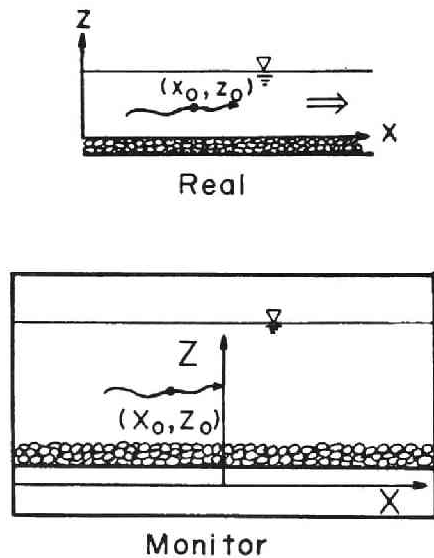


図1.18 参考図

ずれる可能性があるが、軌跡の形状にはそれ程誤差は生じない。したがって、本解析では、代表的なキャリブレーション式として、撮影区間中央 $y = y_m$ におけるキャリブレーション式 $x_0 = f_x(X_0, y_m)$, $z_0 = f_z(Z_0, y_m)$ を用いることにする。なお、 f_x , f_z は一次関数で近似した。

(2) 浮遊粒子の三次元的運動特性に関する実験

(a) 実験装置および実験方法

実験に用いた水路は(1)で述べたものと同一である。図 1.19 は粒子の運動を撮影するための装置であり、三次元的な運動が撮影できるように、鏡（幅15cm）を路床と45°の角度をつけて水面付近に設置している。撮影にはビデオカメラ（毎秒30フレームの録画）を用いて、水路横方向から、粒子の x , y , z 方向の運動を同時に撮影した。撮影区間は流下方向に約20cmであった。

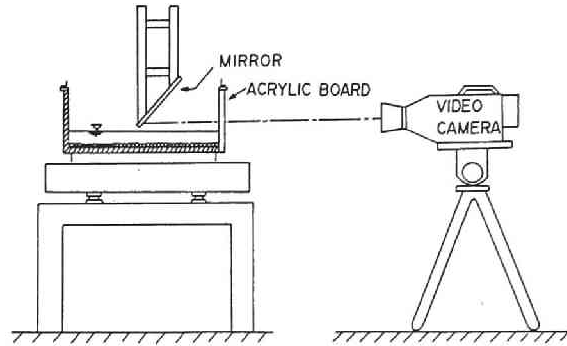


図 1.19 三次元的な粒子の運動の撮影方法

実験に用いた粒子は(1)と同一のポリスチレン粒子で、流量 $Q = 1.2 \ell / \text{sec}$ 、平均水深 $h = 2.57 \text{ cm}$ 、摩擦速度 $u_* = 1.4 \text{ cm} / \text{sec}$ の水利条件で実験を行った。この条件では、砂粒レイノルズ数は $R_* = u_* d_r / \nu = 68$ であり、河床条件は粗面である。

(b) 解析方法

(1)と同様に、実験に先だって通水中の水路内にスケールを x , y , z 方向に置き、それを撮影して画面上の座標を真の座標に変換するキャリブレーション式を求めた。粒子Pの真の座標 $\mathbf{X}(x_0, y_0, z_0)$ はモニター上の座標 $\mathbf{X}(X_0, Y_0, Z_0)$ の関数となり、一般に、 $x_0 = f_x(X_0, Y_0, Z_0)$, $y_0 = f_y(X_0, Y_0, Z_0)$, $z_0 = f_z(X_0, Y_0, Z_0)$ と表わされる。（図 1.20 参照）しかし、 f_x, f_y, f_z の関数形を決定するのは難しいので以下のような近似法を用いる。 y_0 は X_0, Y_0, Z_0 の関数となるが、カメラと被写体との距離が十分長いので、 Z_0 によってそれ程変化しない。また、 X_0 を変えて y 方向のキャリブレーションを行った結果、 y_0 は X_0 に関してもほぼ一定値となった。そこで、 $y_0 = f_y(Y_0)$ とし、 $y_0 = a_y Y_0 + b_y$ で近似した。 a_y, b_y は y_0 と Y_0 のデータを内挿して求めた。つぎに、 x_0 は Z_0 に関してはほぼ一定値となるので、 $x_0 = f_x(X_0, Y_0)$ とし、 $x_0 = (a_x Y_0 + a'_x) X_0 + (b_x Y_0 + b'_x)$ で近似した。ここに、 a_x, a'_x, b_x, b'_x は、数種類の Y_0 に対する x_0 と X_0 のデータを内挿して求めた。また、 z_0 は X_0, Y_0, Z_0 の関数である。 X_0 を固定して見ると、 $z_0(X_0) = (a_z(X_0) Y_0 + a'_z(X_0)) Z_0 + b_z(X_0) Y_0 + b'_z(X_0)$ と表わされる。ここに、 $a_z(X_0), a'_z(X_0), b_z(X_0), b'_z(X_0)$ はすべて X_0 の関数であり、その値を画面中央と左右両端で求めておき、 X_0 の値に応じて比例配分して任意の X_0 に対する a_z, a'_z, b_z, b'_z を求めた。以上のような手順で真の座標 \mathbf{x} が画面上の座標 \mathbf{X} から変換される。

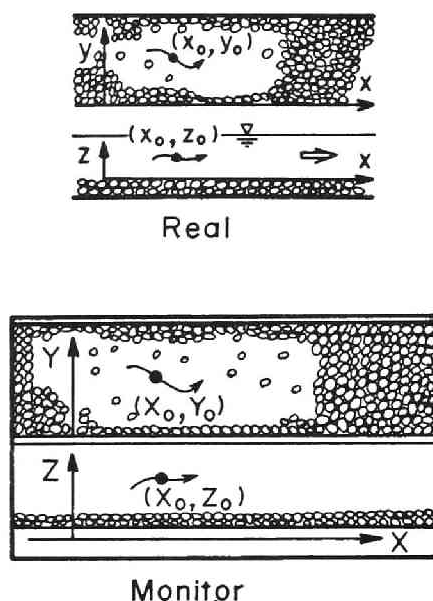


図 1.20 参 考 図

1.3.2 河床付近の流れと粒子の浮遊現象

写真 1.2(a), (b)は、粒子が河床を離脱する過程と離脱後再浮上する過程の一例を連続写真で示したものである。これらの写真でも、河床付近に間欠的な上昇流が発生している様子がわかる。写真 1.2(a)に示すように、上昇流体塊の発生に伴って、河床粒子が急激に離脱し、上昇流体塊とともにさらに浮上し、その後、次の流体塊の影響をうけて浮上または沈降する。沈降粒子は、写真 1.2(b)に示すように、河床付近で発生した上昇流から十分大きい流体力の作用を受けたときには再浮上するが、上昇流に遭遇しなかったり、遭遇したとしても流体力が不十分であれば、河床に沈降し河床粒子となる。

ついで、実験で得られた運動軌跡から、流れと粒子の浮遊運動との関係を考察する。図 1.21は、浮上時と沈降時における粒子の流下方向の平均移動速度分布を、流水の流速分布（対数則）とともに示したものである。この図より、浮上時の方が沈降時より移動速度が小さいことがわかる。このことは粒子の浮上運動がエジェクション過程に、また、沈降運動がスウィープ過程に対応していることを示唆するものである。これについては Sumer¹⁷⁾も同様の結果を得ている。図 1.22は、一つの浮遊軌跡で浮上運動が生起する周期の T_s の頻度分布を示したものである。 T_s の平均値を無次元表示すると $\bar{T}_s U_{max} / h = 2.6$ となる。中川ら²¹⁾の研究によると、エジェクションの発生周期は $T_B U_{max} / h = 1.5 \sim 3.0$ であり、 T_s と T_B がほぼ一致することがわかる。このことにより、粒子は河床を離脱すると、エジェクションの発生周期と同程度のスケールの大きな渦によって浮上、沈降を繰り返すものと考えられる。

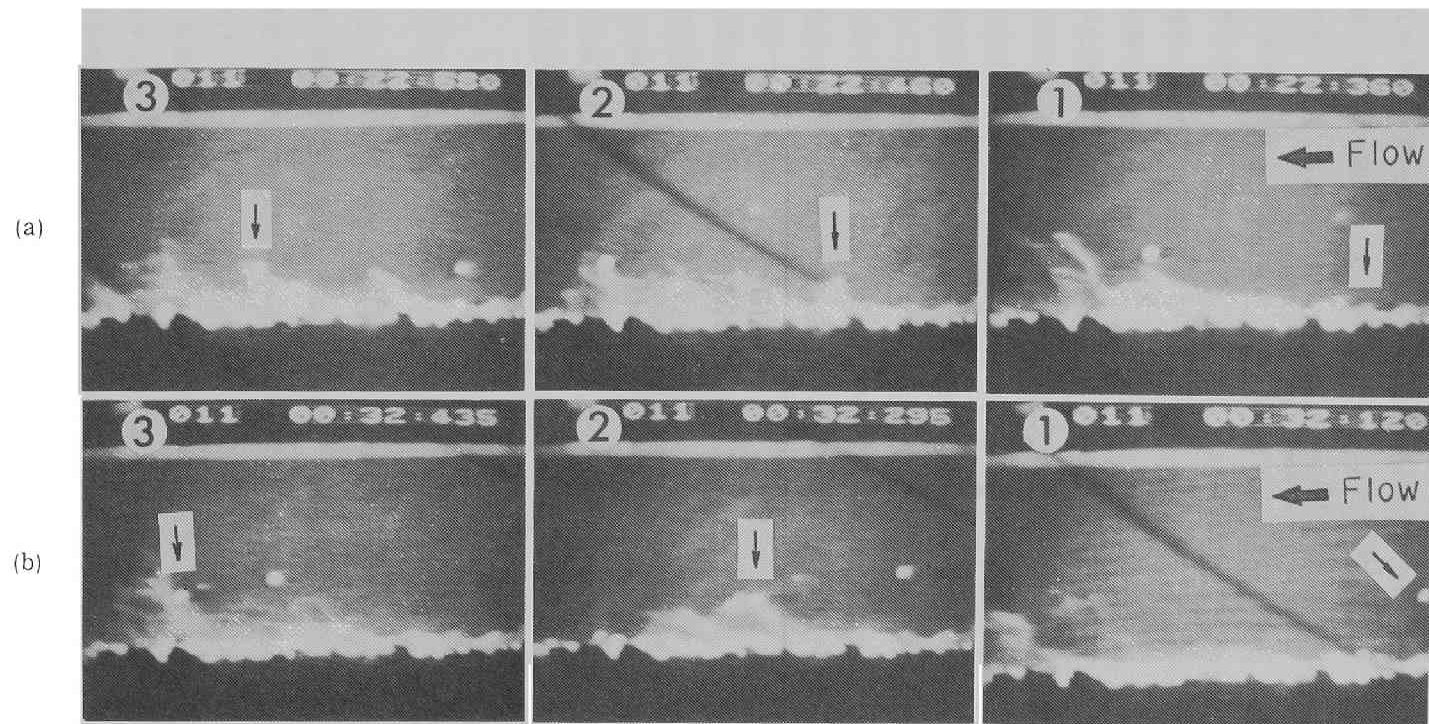


写真 1. 2 (a) 河床付近の流れと粒子の離脱過程, (b) 河床付近の流れと粒子の再浮上過程

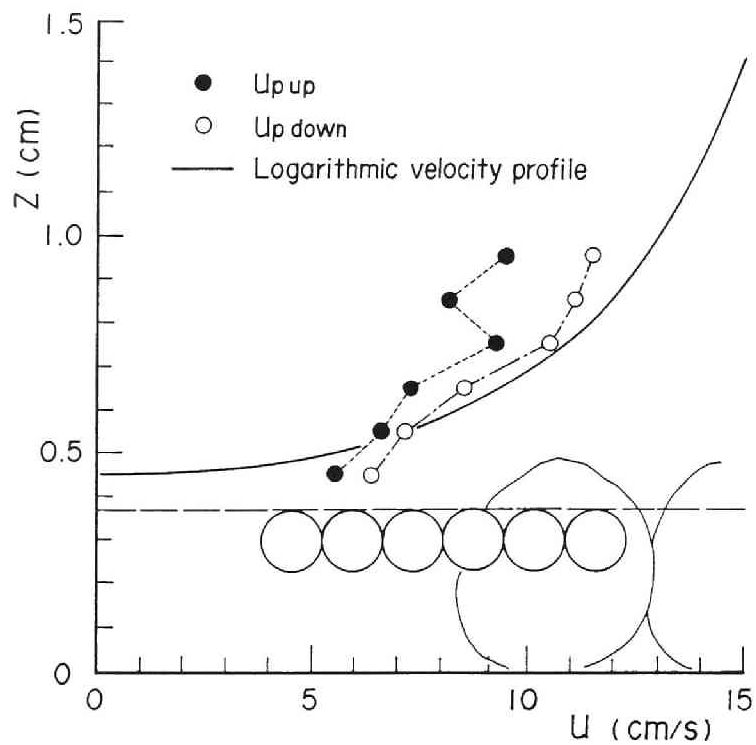


図 1.21 粒子の流下方向の移動速度の鉛直分布

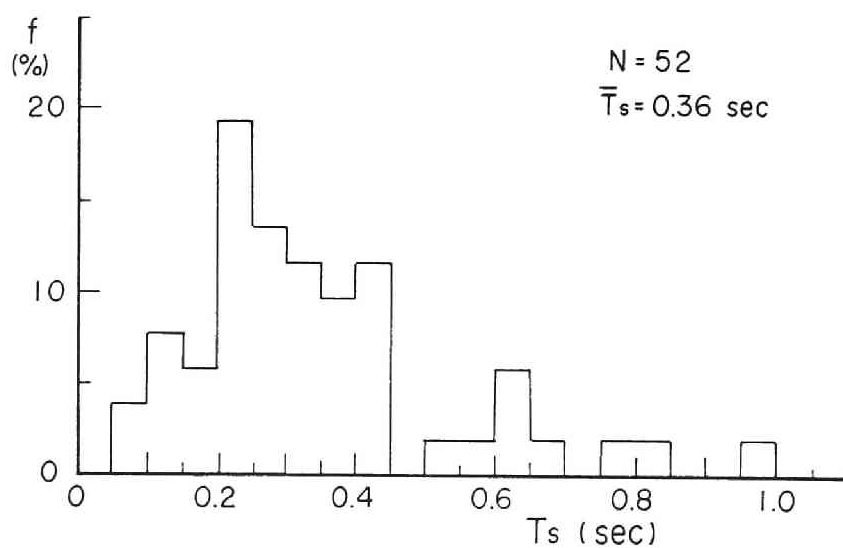


図 1.22 浮遊粒子の浮上運動の発生周期の頻度分布

以上のように、粒子は上昇流（エジェクション）の発生に起因して河床を離脱し、その後 1.2 で考察したような水深オーダーのスケールをもった流体塊の作用に支配されて運動する。河床から上昇流によって離脱・浮上する過程と、その後浮上、沈降を繰り返す過程では、次項で述べるように、粒子に作用する外力が異なるので、以下では、前者を離脱過程、後者を浮遊過程と称することにする。なお、粒子が河床を離脱する条件は、十分大きな上昇流が発生し、かつ、粒子が離脱可能な状態にあることが必要である。離脱可能な状態とは、粒子が礫の遮蔽効果や周囲の粒子との接触状況によって鉛直方向の運動を妨げられない状態をいう。これらの条件は第 4 章で述べるように、河床粒子の浮上率に大きな影響を与える。

1.3.3 粒子に作用する外力

離脱過程や浮遊過程において、どのような外力が支配的であることを明らかにすることは、浮遊運動のモデル化を進めるうえで非常に重要な問題である。とくに、鉛直方向の外力は、浮遊砂の濃度分布を規定する要因となるものであり、それを定量的に評価することが肝要である。粒子に作用する力を直接測定することは困難であるので、浮遊粒子の軌跡と鉛直方向の粒子の運動方程式から、粒子に作用する外力について検討する。粒子に作用する鉛直方向の外力には、重力、浮力、揚圧力、流体力、仮想質量を加速する力、河床面との衝突反発力などが挙げられる。まず、浮上時に河床粒子に作用する衝突反発力について考察しよう。

河床粒子が礫に衝突して反発する機構を、図 1.23 に示すような仮想反発面を用いて考える。粒子が反発面に水平に速度 V_0 で衝突し、速度 V_1 で反発するとする。 V_1 の水平方向成分と鉛直方向成分を V_{1x} 、 V_{1z} とすると、粒子の反発係数 e が $0 < e < 1$ であるための条件は、

$$\alpha < \alpha^2 + \beta^2 < 1 \dots\dots\dots (1.4)$$

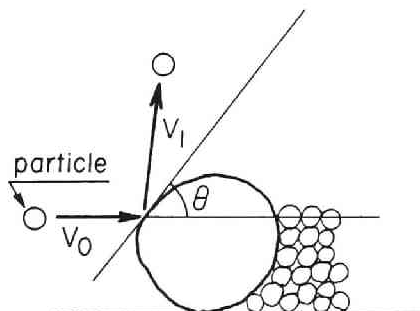


図 1.23 粒子の反発機構

である。ここに、 $\alpha = V_{1x} / V_0$ 、 $\beta = V_{1z} / V_0$ である。浮遊粒子の軌跡をビデオ解析し、 α 、 β を求め、式

(1.4) を満足するかについて調べた。その結果、全体の 17% が式 (1.4) を満たし、83% が $\alpha^2 + \beta^2 > 1$ 、すなわち $e > 1$ となった。したがって、衝突反発力によって河床を離脱した粒子は、浮遊粒子に比べて初速がかなり小さく、その後サルテーション運動し、その過程において一部の粒子が浮遊運動に移移するものと考えられる。しかし、本実験では上述のように、浮遊粒子は河床離脱時に衝突反発力よりかなり大きい外力を受けている場合がほとんどであり、浮遊粒子の河床離脱時の浮上機構は床面との衝突反発現象では説明できず、浮上過程では揚圧力や流体力が重要な役割を果たすということが推察される。

つぎに、揚圧力や流体力は直接測定することはできないので、次式に示すような Tchen²⁷⁾ によって導かれた鉛直方向の粒子の運動方程式と軌跡の実測値からこれらの力を推定する。

$$\frac{\pi}{6} d^3 \sigma \frac{dw_p}{dt} = F_D + F_L + \frac{1}{2} \frac{\pi}{6} d^3 \rho \left(\frac{dw_f}{dt} - \frac{dw_p}{dt} \right) - G \quad (1.5)$$

ここに、 d ：粒径、 σ 、 ρ ：粒子および流体の密度、 w_p 、 w_f ：粒子および流体の鉛直方向の速度で右辺第1項は流体力、第2項は揚圧力、第3項は仮想質量を加速するための力、第4項は水中重量である。式(1.5)では、いわゆるBasset 項は省略している。 F_D 、 F_L および G は次式で表示される。

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho |w_f - w_p| (w_f - w_p) \frac{\pi}{4} d^2 \quad (1.6)$$

$$F_L = \frac{\pi}{6} d^3 \rho \frac{dw_f}{dt} \quad (1.7)$$

$$G = \frac{\pi}{6} d^3 (\sigma - \rho) g \quad (1.8)$$

ここに、 C_D ：抗力係数であり、抵抗則が Stokes 則に従うとすると、

$$C_D = \frac{24\nu}{|w_f - w_p| d} \quad (1.9)$$

ここに、 ν ：動粘性係数である。 F_D や C_D の式は 3.2.2 で述べるように、流下方向と鉛直方向の粒子と流体との相対速度の関数となるが、3.2.2 で説明する理由より上式のように鉛直方向の相対速度のみで表示できる。

式(1.6)、(1.7)、(1.9)より、

$$F_L = \frac{\pi}{6} d^3 \rho \left(\frac{dw_p}{dt} + \frac{1}{3\pi\rho\nu d} \frac{dF_D}{dt} \right) \quad (1.10)$$

式(1.5)、(1.7)、(1.8)、(1.10)より、

$$(\sigma - \rho) \left(\frac{dw_p}{dt} + g \right) = \frac{F_D}{\frac{\pi}{6} d^3} + \frac{1}{2\pi\nu d} \frac{dF_D}{dt} \quad (1.11)$$

$t = 0$ で $w_p = 0$ 、 $F_D = 0$ の条件で、 w_p の 1/100 秒毎の実測値を用いて、式(1.11)から F_D の時間変化を求め、それと式(1.10)から F_L の時間変化を推定した。

まず、図 1.24 は軌跡とそれに伴う揚圧力 F_L の時間変化の一例を示したものである。実験精度などの問題もあって F_L の値はかなり変動しているが、離脱時に正の大きな値となり、その後急減していることがわかる。図 1.25 は、離脱時に粒子に作用する正の揚圧力の平均値(たとえば、図 1.24 では $t = 0 \sim 0.05$ 秒の間

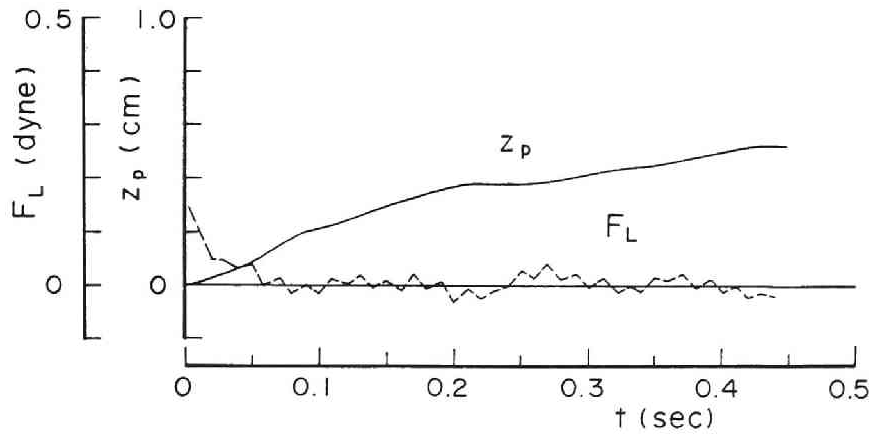


図 1.24 浮遊粒子に作用する揚圧力の時間変化

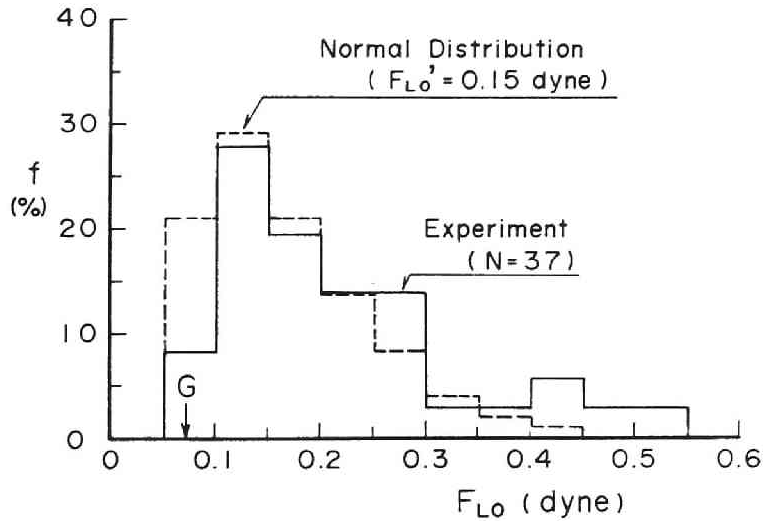


図 1.25 離脱時に作用する揚圧力の頻度分布

の平均値) F_{L0} の頻度分布を示したものである。同図には、標準偏差 $F_{L0}' = 0.15$ dyne の正規分布 ($F_{L0} > G$ の条件付) も描かれている。 F_{L0} は式 (1.7) のように dw_f/dt の関数である。 w_f の確率分布は、従来の研究より、河床付近で平均 0、標準偏差 $w_f' = u_*$ の正規分布で表わされることがわかっているが、 dw_f/dt の解析が困難であるので、 F_{L0} の確率分布を理論的に導くことはできない。そこで、 $F_{L0}' \sim \rho (w_f')^2 d^2 \approx \rho u_*^2 d^2$ と仮定し、図 1.25 の結果より、 F_{L0} の確率分布を平均 $\bar{F}_{L0} = 0$ 、標準偏差 $F_{L0}' = c \rho u_*^2 d^2$ の正規分布で近似する。なお、 F_{L0} を微小時間 Δt の間一定であるとし、 $t = 0$ で $w_f = 0$ の条件で Δt 後の w_f を式 (1.7) から求めると、 $w_f = 6 F_{L0} \Delta t$

$/(\pi d^3 \rho)$ となる。 w_f の確率分布とこの関係から、 F_{L0} の確率分布は、 $\bar{F}_{L0} = 0$ 、 $F_{L0}' = \pi d^3 \rho u_* / (6 \Delta t)$ の正規分布となり、 $\Delta t = \pi d / (6 c u_*)$ とすると、上述の関係と一致する。したがって、 F_{L0} の確率分布についてはもう少し詳細な検討を要するが、正規分布で近似するということは、理論的には以上のように F_{L0} と w_f の線型性を仮定したことを意味する。

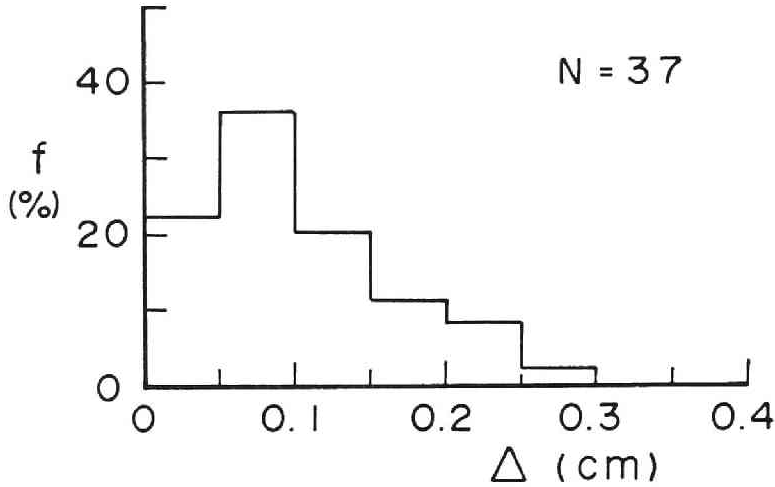


図 1.26 河床付近で粒子に揚圧力が作用する厚さの頻度分布

図 1.26は、離脱時に正の揚圧力が作用する厚さ Δ の頻度分布を示したものである。粒子が河床を離脱した後、 F_L は減少し、 $\Delta = 0 \sim 3 \text{ mm}$ で0になる。また、 $z > \Delta$ における F_L の平均値は -0.0069 dyne 、標準偏差 0.0155 dyne であった。このように、浮遊粒子に作用する揚圧力は、河床付近の薄い層 $z \leq \Delta$ で正の大きな値となり、 $z \geq \Delta$ で平均的には0とおける。 Δ は実験条件によって変化するものと考えられるが、これの一般的表示を求めることは難しい。しかし、前述したように、 F_{L0} の作用時間を $\Delta t = \pi d / (6 c u_*)$ とすると $\Delta \sim d$ となり、図 1.25より、平均的には $\Delta = 0.5 d$ とおける。これについては、今後詳細に吟味する必要があるが、以下の解析ではこの関係を用いることにする。

$z > \Delta$ では、 F_L の平均値は $G (= 0.073 \text{ dyne})$ より1オーダー小さいので、 $F_L = 0$ として式(1.5)より流体力 F_D 時間変化が計算される。図 1.27は、軌跡とそれに伴う F_D の時間変化の一例を示したものである。離脱過程において $F_L = 0$ になってからも、 F_D の作用で粒子は浮上し、浮遊過程では大規模なスケールの乱れによる F_D の作用で浮上、沈降を繰り返すことがわかる。

1.3.4 浮遊粒子の三次元的運動特性²⁸⁾

流水中の二次流について多くの研究が行われており、横断方向に水深の2倍の周期をもつ並列らせん流、または、縦渦が存在することやそれに伴って河床に縦すじが形成されることが明らかにされている。らせん流があれば、浮遊粒子の運動はその影響を受けて三次元的になり、縦すじが形成される

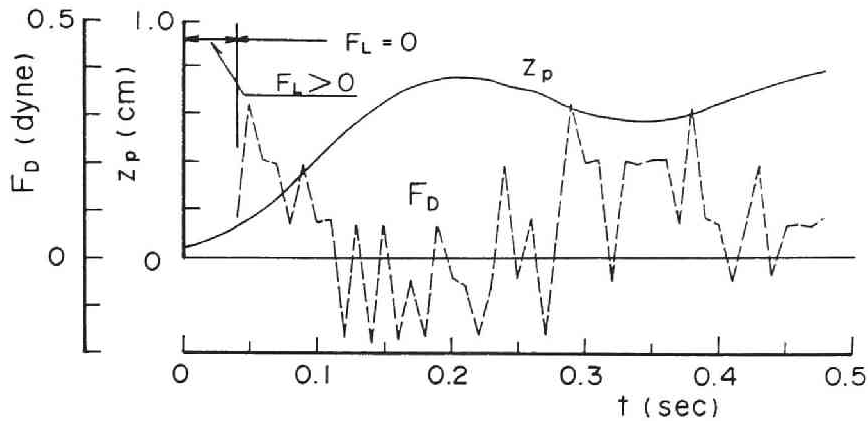


図 1.27 浮遊粒子に作用する流体力の時間変化

とさらにその影響は大きくなるものと考えられる。したがって、このような三次元的な流れに対する粒子の応答性を明らかにする必要がある。Sumer¹⁷⁾ は、滑面上の粒子の浮遊運動を水路横方向から立体撮影し、壁面領域内の浮遊粒子の横断方向の移動量が低速編と高速編の間隔にほぼ等しいことを明らかにし、バースティングの横断方向のスケールと浮遊運動との関係を検討している。しかし、らせん流の規模の二次流と浮遊運動の関係については、従来あまり検討されていない。本項では、鏡を使って粒子の運動を三次元的に撮影した結果より、浮遊運動の三次元的特性について調べ、らせん流との関連性についても言及する。

図 1.28(a)~(g)は、粒子の鉛直方向と横断方向に関する軌跡を示したものである。粒子はこのように横断方向にもかなり変動しながら浮遊する。また、図 1.29(a)~(d)は、 $y-z$ 平面に軌跡を投影した図であり、浮遊粒子がループを描きながら流送されるようすがうかがえる。図 1.30は $x-z$ 平面および $x-y$ 平面に河床粒子の離脱運動を投影して見たときに、それぞれの平面における移動方向 θ_{xz} および θ_{xy} の頻度分布を求めた結果を示したものである。この図より、 θ_{xz} は $30^\circ \sim 40^\circ$ 、 θ_{xy} は $0 \sim 20^\circ$ のものが多いことがわかる。また、 θ_{xy} は 60° 程度のものもあり、横断方向に河床粒子はかなり急角度で移動する場合がある。横断方向の流速が主流速よりかなり小さいことを考慮すると、粒子の離脱過程には二次流より粗度周辺の局所流の影響が強いものと考えられ、 θ_{xy} は比較的大きい値になったものと考えられる。図 1.28より、浮遊粒子の横断方向の変位量 y_s の頻度分布を求めると図 1.31のようになった。同図には、 y_s に及ぼす粗度の影響を見るために、粒径 $d_r = 2\text{ mm}$ の粗度を用いたほぼ同一条件の実験結果も示されている。 y_s は水深 h に比べてかなり小さく、むしろ粗度の粒径のオーダーであり、粗度径が小さくなると減少する傾向がある。本実験のような固定床では縦渦が不安定な“ゆらぎ”を呈するし、²⁹⁾ また、粒子の運動と流れとのラグがあるために、浮遊粒子の横断方向の変位量が縦渦流れの変位量とあまり対応せず、むしろ、河床の粗度の影響を受けたものと考えられる。

以上より、固定床の場合、粗度や縦渦の影響によって浮遊粒子は横断方向に移動するものの、その

変位量は縦渦のスケールよりはかなり小さいものと考えられる。しかし、移動床で縦すじが形成される場合は、縦渦は安定したものになり、浮遊粒子はその影響を強く受けるようになることが予想される。

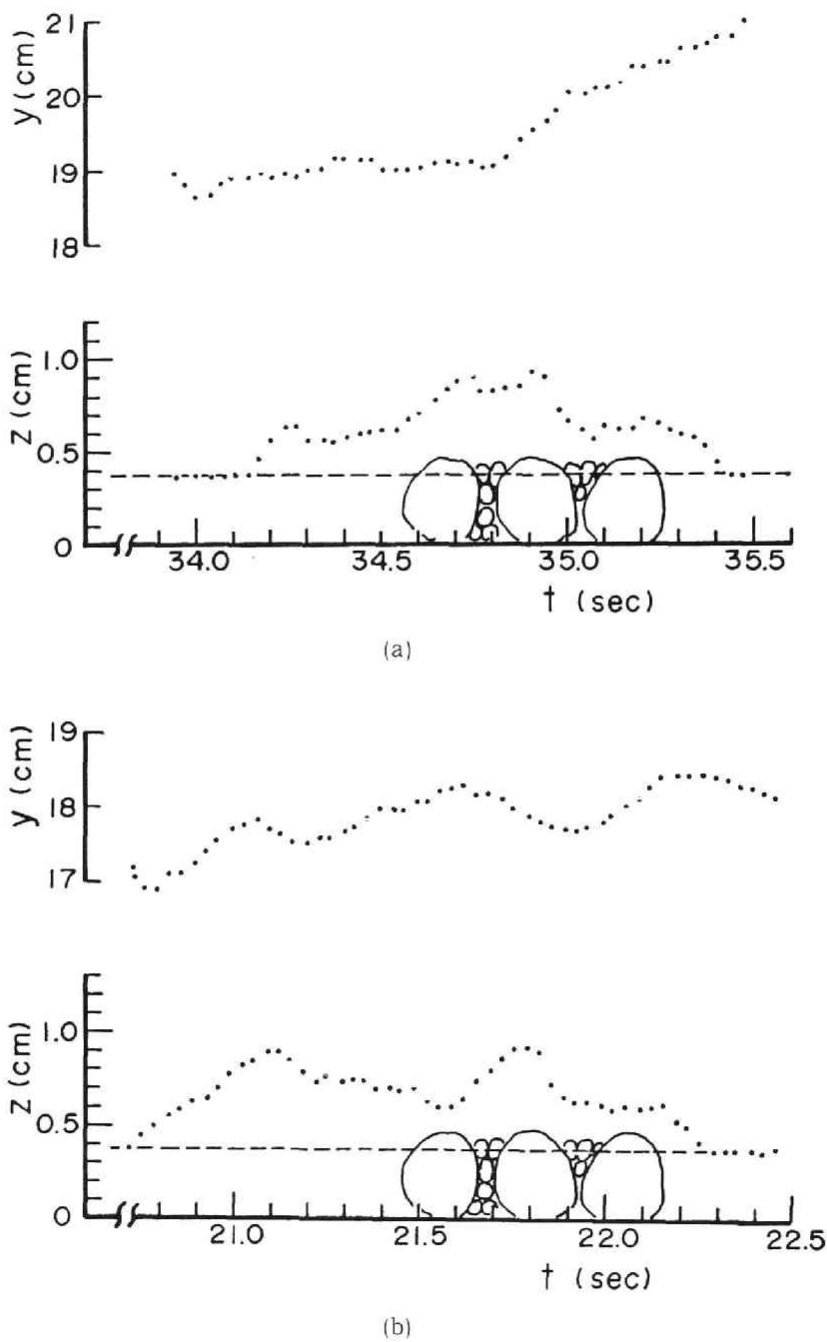
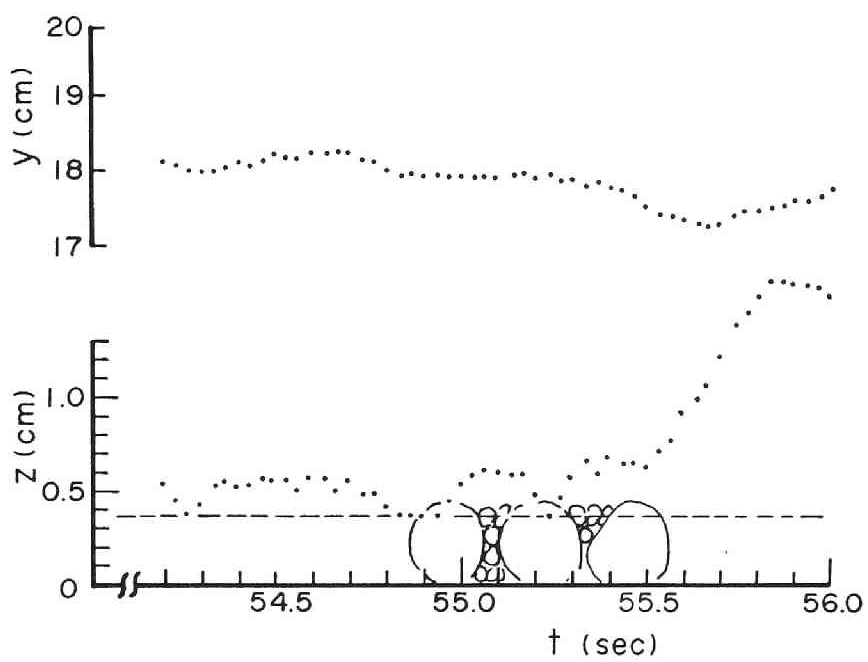
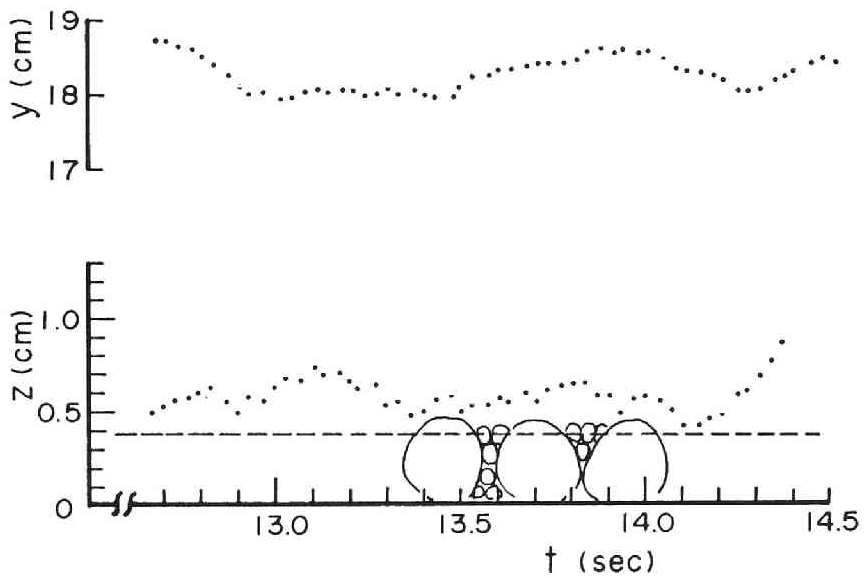


図 1.28 (a), (b) 浮遊粒子の三次元的軌跡

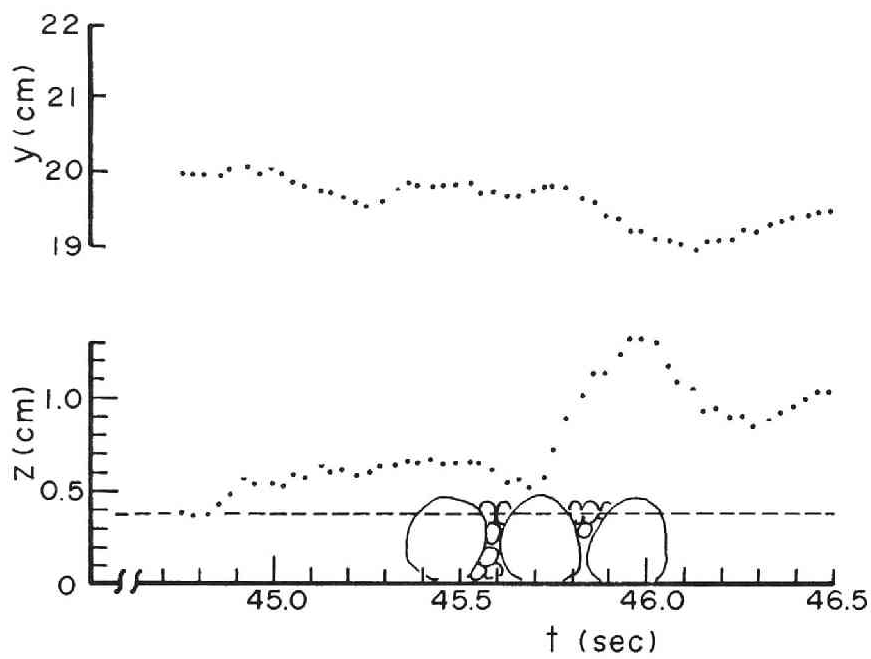


(c)

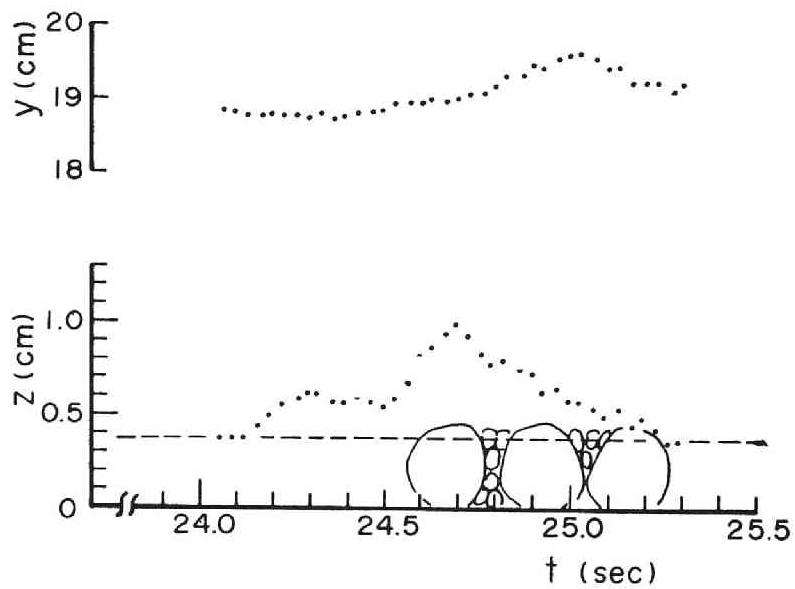


(d)

図 1.28 (c), (d) 浮遊粒子の三次元的軌跡



(e)



(f)

図 1.28 (e), (f) 浮遊粒子の三次元的軌跡

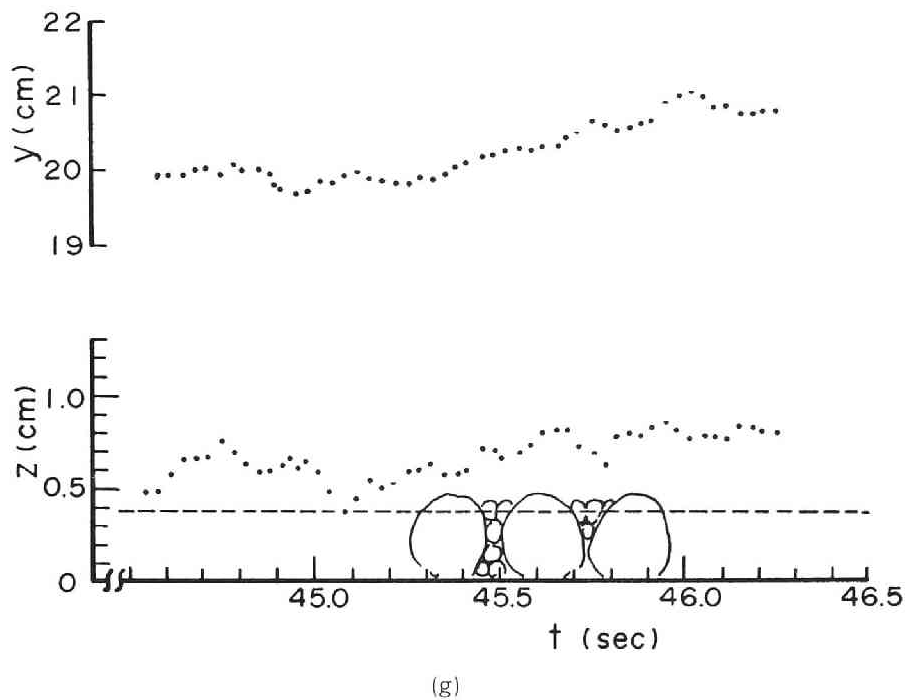


図 1.28 (g) 浮遊粒子の三次元的軌跡

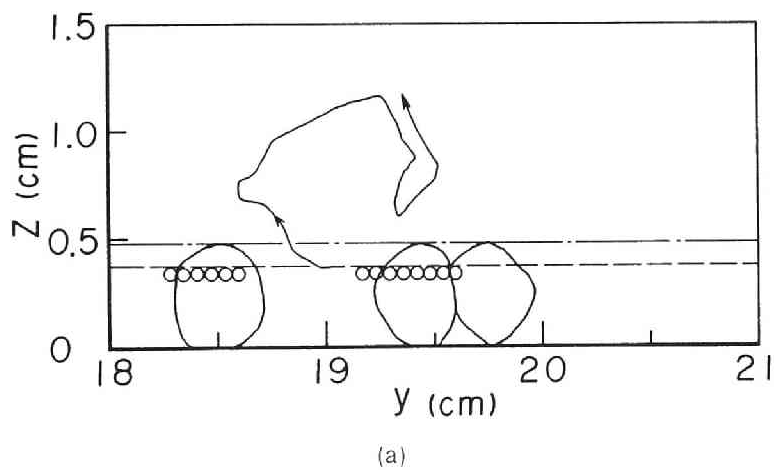
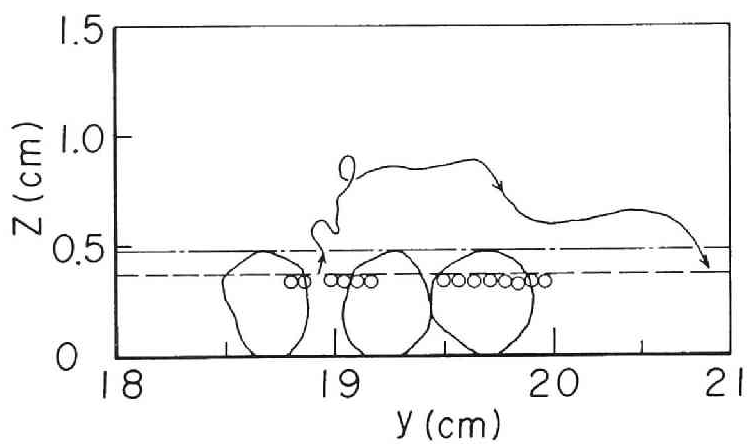
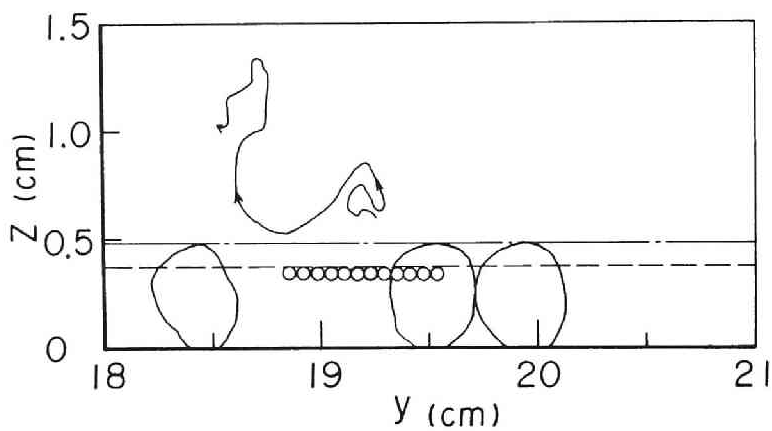


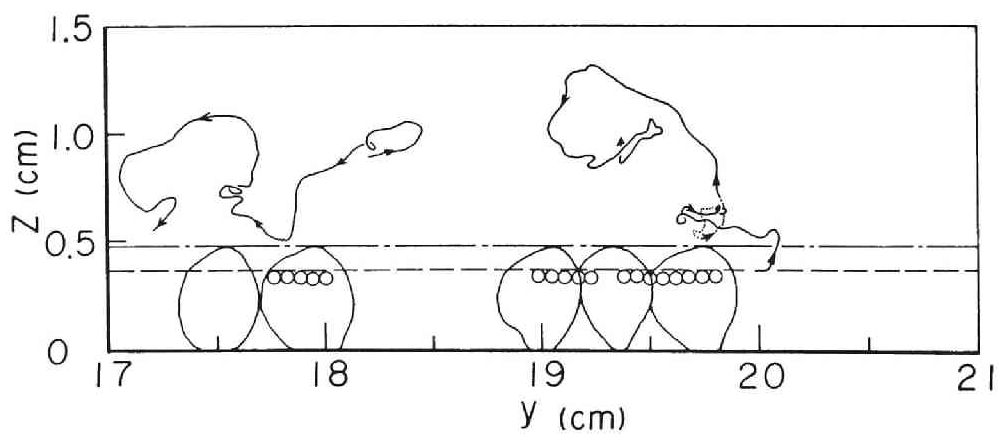
図 1.29 (a) $y-z$ 平面に投影した浮遊粒子の軌跡



(b)



(c)



(d)

図 1.29 (b), (c), (d) $y-z$ 平面に投影した浮遊粒子の軌跡

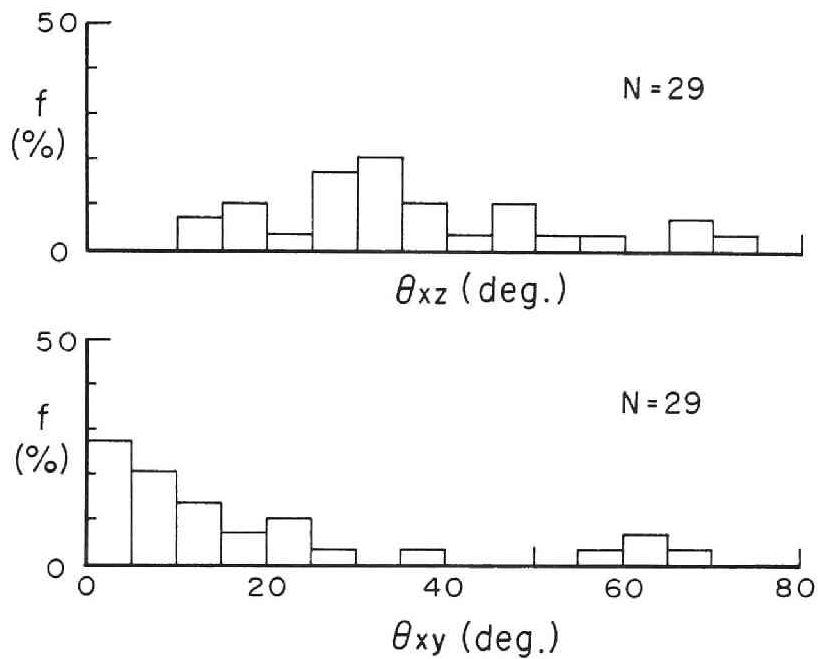


図 1.30 離脱時の河床粒子の移動方向

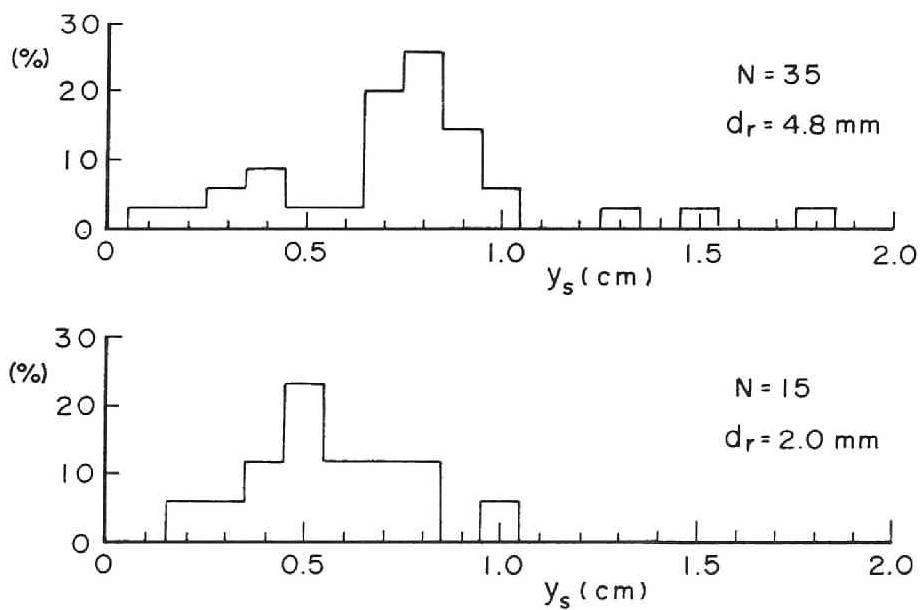


図 1.31 浮遊粒子の横断方向の変動幅の頻度分布
(水深 $h = 2.8$ cm)

1.3.5 粗面上の粒子の浮遊機構

河床粒子が浮遊する機構には、静止、揺動、転動、滑動および小跳躍状態から浮遊状態へ遷移する場合が考えられる。中川・辻本・村上・小薮³⁰⁾(1984)は、小跳躍状態から浮遊する機構について、小跳躍運動の確率的解析を発展させて検討している。すなわち、successive saltationの軌跡に基準値よりも大きい変位が乱れによって生じる条件を、小跳躍状態から浮遊状態への遷移条件としている。一方、静止、揺動、転動および滑動状態から浮遊する現象は、1.3.2で考察したように、河床付近で発生する大規模な渦による揚圧力と流体力で生起する。一般には、両機構は共存するものである。しかし、1.3.3で述べたように、本実験では、河床からの離脱速度が衝突反発作用では説明できず、また、離脱後の軌跡が小跳躍の軌跡とかなり相異している場合が多かったことから、後者の浮遊機構(河床と接触した状態からの浮遊)が主体的であったものと思われる。この機構は、前述したように、離脱過程と浮遊過程に分けられるので、それぞれの過程を図1.32を参考にして、次のようにモデル化する。

(1) 離脱過程

河床付近には間欠的に上昇流が発生しており、それに伴って負の圧力勾配が生じ、河床粒子に揚圧力が作用する。揚圧力はほぼ正規分布に従って生起し、もし、粒子の水中重量より大きくなれば粒子は河床を離脱する。この揚圧力は上昇流体塊の加速度運動に伴って生じるものであり、河床近傍で大きく、粒子が半径程度浮上すると減少してそれより上層では平均すると0になる。揚圧力はこのように急激に減少するが、その後も、粒子は上昇流体塊に包含されており、上昇流による流体力の作用でさらに浮上する。上昇流体塊の継続

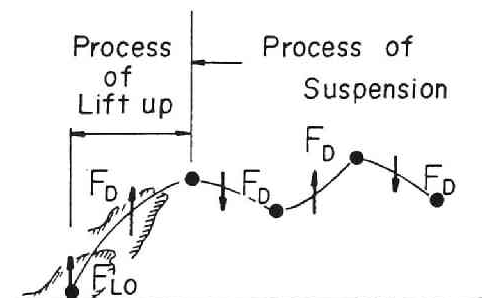


図 1.32 河床粒子の浮遊機構

時間と上昇流速の間には、図1.14に示すように正の相関があり、上昇流体塊は上昇流速に対応した継続時間が経過すると上昇を止め、離脱過程は終了する。無論、粒子と流体は密度差のために相対運動するので、上で述べたことが言えるのは、粒子が流体塊に十分包含されている場合である。

上述の結果は、Grass¹⁴⁾、Sumer・Oguz¹⁵⁾らが指摘したバースティングと河床粒子の浮上運動との関連性を支持するものであり、Engelund¹³⁾や Sumer・Oguz¹⁵⁾が負の圧力勾配による力によって河床粒子が浮上するとした結果と一致する。

(2) 浮遊過程

離脱過程が終了すると、粒子は次の上昇流体塊や下降流体塊による流体力の作用で、浮上・沈降を繰り返す。この流体塊のスケールは水深のオーダーであり、浮遊運動は比較的長い周期で変動する。沈降中の粒子に十分大きい流体力が作用しないときは、粒子は河床まで沈降し、浮遊運動は終了する。

1.4 滑面上の粒子の浮遊機構

1.4.1 滑面上の流れ

滑面上の流れの乱流構造に関する研究は粗面の場合に比べて多く行われており、壁面領域で生じるバースティング現象や外部領域の渦の構造がかなり明確になっている。^{1)~6)} 粗面の場合と滑面の場合で流れの構造が最も異なる点は、河床近傍の粘性底層が粗度で乱されているか否かである。その結果、鉛直方向の乱れ強度 w_f' は、図 1.33²⁴⁾ に示すように、滑面の場合河床付近で減少する。しかし、両者ともに、河床付近ではエジェクションとスウィープからなるバースティング現象が同様の周期で発生しており、乱れの発生機構はよく類似しているものと考えられる。

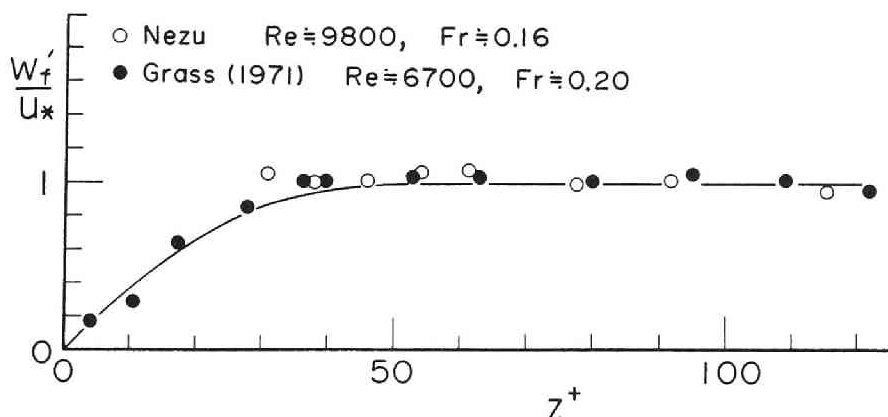


図 1.33 鉛直方向の乱れ強度の鉛直分布

滑面上と粗面上の乱流特性が、同一水理条件で河床付近を除いて同様であれば、粒子の浮遊機構を考えるうえで重要な問題は、河床付近で発生するエジェクションの規模が両者でどのように異なるかを評価することである。ここではそれについて若干検討してみよう。

まず、河床付近の鉛直方向の乱れ強度 w_f' は、粗面ではほぼ u_* に等しいが、図 1.33 のように、滑面では $z^+ (= u_* z / \nu)$ の関数となる。これを $w_f' / u_* = f_n(u_* z / \nu)$ で表示する。 w_f' / u_* の値は、河床に近づくとき 0 に近くなり、乱れが小さくなることがわかる。

エジェクションの上昇流速 w_{fe} とその継続時間の関係を粗面の場合の式 (1.1) と同様に、

$$\frac{T_{el} u_*}{h} = a' \frac{w_{fe}}{u_*}$$

とおくと、 $w_f' / u_* = f_n(u_* z / \nu)$ を考慮して、 a' は次式となる。

$$a' = \frac{c_1 c_3}{\{f_n(u_* z_L / \nu)\}^2 c_2^2} \frac{\kappa z_L}{h} \quad \dots\dots\dots (1.12)$$

ここに、 z_L ：上昇流体塊の平均高さ、 c_1 、 c_2 、 c_3 ：比例定数であり、粗面の場合と同じ値を用いると、 $c_1=0.5$ 、 $c_2=0.67$ 、 $c_3=1.0$ である。

また、上昇流の発生に伴って生じる揚圧力の確率分布は、粗面の場合と同様に正規分布と考えられる。その標準偏差は $F_{L0}' \sim \rho w_f'^2 d^2$ とすると、 $F_{L0}' = c' f_n^2 (u_* d / \nu) \rho u_*^2 d^2$ となる。ここに、 c' ：比例定数である。粗面の場合と同様に $F_{L0}' = c \rho u_*^2 d^2$ で示すと、 c が $u_* d / \nu$ の単調減少関数となり、滑面の場合、 $u_* d / \nu$ が小さいほど大きな揚圧力の発生確率が小さくなる傾向になることがわかる。

1.4.2 滑面上の粒子の浮遊機構

滑面の場合でも、河床付近で発生するエジェクションに伴う揚圧力の作用で、粒子は流体塊とともに河床から浮上し、その後上昇流による流体力の作用でさらに浮上するものと考えられ、基本的には滑面上の粒子の浮遊機構は粗面の場合と同じである。しかし、滑面の場合、粗面のときと違って、粒子は粘性底層内に存在しており、乱れや揚圧力が小さいために浮上しにくい状態となっている。事実 $u_* = w_0$ (w_0 ：粒子の沈降速度) が粗面の場合の浮遊限界の目安であるが、微細な粒子で構成された滑面では、次章の実験結果によると、 $u_* = w_0$ のとき全く粒子は浮上しない。これは、 F_{L0}' の値が 1.4.1 で説明したように粗面の場合に比べて小さくなるためであり、粘性底層内での F_{L0} の確率分布と粗面河床付近での F_{L0} の確率分布の相異による。離脱後の粒子の運動機構は、粗度の影響が河床付近に限られるとすれば、粗面の場合とそれ程変わらないだろう。

1.5 結 語

浮遊砂量の算定や浮遊限界、拡散係数等の検討のためには、浮遊粒子の運動をより正確にモデル化することが重要である。このためには、まず、流れの構造を明らかにし、それと粒子の浮遊運動との関係を明確にする必要がある。本章では、この点に鑑み、流れと浮遊粒子の運動を同時に高速ビデオ撮影し、粒子の浮遊機構について検討した。

従来、粗面上の流れの乱流構造についてはあまり明らかにされておらず、また、実際の流砂問題で重要となるのは粗面の場合が多いので、まず、1.2 で粗面上の流れについて、可視化法と乱流計測法を用いて検討した。その結果、粗面においても滑面の場合と同様に、エジェクション過程とスウィープ過程からなるバースティング現象が発生していることがわかった。また、エジェクションの発生周期は滑面の場合とほぼ等しいことやエジェクションによる上昇流体塊の上昇流速と継続時間の間には正の相関があることを明らかにした。この結果を用いて、上昇流速、継続時間およびその発生確率の関係を理論的に導いた。

1.3 では、粗面平坦河床の流れの構造と浮遊粒子の運動とを同時に高速ビデオ撮影して、両者の関連性について調べるとともに、粒子の鉛直方向の運動方程式と浮遊粒子の運動軌跡から粒子に作用する力を推定して、浮遊粒子がどのような外力の作用で運動するのかについて検討した。その結果次のようなことが明らかになった。河床の粒子は、河床付近で生じる上昇流体塊の加速度運動に伴う揚圧力の作用で流体塊とともに浮上する。粒子が半粒径程度浮上すると揚圧力は急激に減少して 0 となる

が、流体塊による流体力が引き続き作用し、粒子はさらに浮上する。上昇流体塊の上昇流速が0になるまでこの過程は続き、その後、粒子は上昇流体塊または下降流体塊の影響を受けて、その流体力の作用で浮上、沈降を繰り返す。河床付近で発生する上昇流体塊による河床粒子の離脱浮上機構とその後の浮上、沈降機構では、このように作用する外力が相異なるので、前者を離脱過程、後者を浮遊過程とし、浮遊機構を2つの過程に区分した。また、浮遊粒子の三次元的な運動特性と並列らせん流や縦渦との関係についても検討したが、浮遊粒子の横断方向の変動幅が並列らせん流の横断方向の半周期よりかなり小さく、むしろ粗度の粒径の2倍程度の値となった。このことから、固定床では並列らせん流は安定せず、その結果、浮遊粒子は並列らせん流より粗度のまわりの局所的な2次流の影響の方を強く受けるものと推察した。

1.4 では、滑面上の流れと浮遊機構について、従来の乱流特性に関する知見より考察した。基本的には、滑面でも粗面でも浮遊機構は同じであると考え、両者の相異点は揚圧力や乱れ速度の確率分布にあることを指摘した。

参 考 文 献

- 1) Kline, S.J., W.C. Reynolds, F.A. Schraub and P.W. Runstadler: The structure of turbulent boundary layer, Jour. Fluid Mech., Vol. 30, 1967, pp. 741-773.
- 2) Corino, E. R. and R. S. Brodkey: A visual investigation of the wall region in turbulent flow, Jour. Fluid Mech., Vol. 37, 1969, pp. 1-30.
- 3) Offen, G.R. and S.J. Kline: A proposed model of the bursting process in turbulent boundary layer, Jour. Fluid Mech., Vol. 70, 1975, p. 209.
- 4) Brown, G.L. and A.S.W. Thomas: Large structure in a turbulent boundary layer, Phys. Fluid, Vol. 20, No. 10, 1977, pp. S243-S252.
- 5) Falco, R.E.: Coherent motions in the outer region of turbulent boundary layer, Phys. Fluid, Vol. 20, No. 10, 1977, pp. S124-S132.
- 6) Cantwell, B.J.: Organized motion in turbulent flow, Ann. Rev. Fluid Mech. 13, 1981, pp. 478-484.
- 7) Matthes, G. H.: Macroturbulence in natural stream flow, Trans., A. G. U., Vol. 28, No. 2, 1947, pp. 255-265.
- 8) Jackson, R. G.: Sedimentological and fluid dynamic implications of the turbulent bursting phenomenon in geophysical flows, Jour. Fluid Mech., Vol. 77, 1976, pp. 531-560.
- 9) 木下良作: 航空写真による洪水流の解析, 写真測量, Vol. 6, No. 1, 1967, pp. 1-17.
- 10) 福岡捷二・福岡祐介・奥津一夫: 大規模渦によって誘起される上昇流およびボイルの構造,

- 土木学会論文報告集, 第298号, 1980, pp.41-52.
- 11) 黒木幹男・岸力: 開水路に発生する縦渦の構造の研究, 土木学会論文報告集, 第312号, 1981, pp.83-92.
 - 12) Sutherland, A.J.: Proposed mechanism for sediment entrainment by turbulent flows, Jour. Geophysical Research, Vol.72, No.24, 1967, pp.6183-6194.
 - 13) 文献17) より引用.
 - 14) Grass, A. J.: The influence of boundary layer turbulence on the mechanics of sediment transport, Euromech 156, Mechanics of Sediment Transport, Istanbul, 1982, pp.13-14より引用.
 - 15) Sumer, B. M. and B. Oguz : Particle motions near the bottom in turbulent flow in an open channel, Jour. Fluid Mech., Vol. 86, 1978, p.109.
 - 16) Gyr. A : Towards a better definition of the three types of sediment transport, Jour. Hydraulic Research, 21, 1983, pp. 1-15.
 - 17) Sumer, B. M. : Experimental investigation of motions of suspended heavy particles and the bursting process, part 3 Lift forces acting on a moving particle near smooth and rough boundaries in turbulent flows and the limiting stage of suspension, Inst. Hydrodynamics and Hydraulic Engineering, Technical University of Denmark, Series Paper, No. 23, 1979, pp. 77-101.
 - 18) 芦田和男・藤田正治: 河床粒子の浮遊機構とそのモデル化, 土木学会論文報告集, 投稿中.
 - 19) Grass, A. J.: Structural features of turbulent flow over smooth and rough boundaries, Jour. Fluid Mech., Vol. 50, 1971, pp. 233-255.
 - 20) 中川博次, 瀬津家久, 為沢長雄: 水素気泡レーザーによる乱れ計測について, 土木学会関西支部年次講演概要, 11-8, 1974.
 - 21) 中川博次, 瀬津家久: 開水路乱流場のレイノルズ応力の挙動, 第20回水理講演会論文集, 1976, pp. 121-126.
 - 22) 中川博次, 瀬津家久: せん断乱流のbursting 現象とその物理モデル, 第22回水理講演会論文集, 1978. pp. 29-36.
 - 23) Hay, J. S. and F. Pasquill : Diffusion from a fixed source at a height of a few hundred feet in the atmosphere, Jour. Fluid Mech., Vol. 2, 1957, pp. 299-310.
 - 24) 瀬津家久: 開水路流の乱流構造に関する基礎的研究, 京都大学博士論文, 昭和52年, pp. 34-37.
 - 25) 椿東一郎: 浮遊砂が流れに及ぼす影響について, 土木学会誌, 40 巻9号, 1955.
 - 26) 志村博康: 浮遊砂を有する水流の諸特性について, 土木学会論文集, 46号, 1957.
 - 27) Soo, S. L. : Fluid dynamics of multiphase system, Blaisdell publishing Company, 1967, pp. 32-42.
 - 28) 芦田和男・藤田正治: 粗面上の粒子の浮遊機構と浮遊限界に関する研究, 京都大学防災研究所年

報, 第26号B-2, 昭和58年, pp. 363-377.

- 29) 森明巨・黒木幹男・岸力：開水路で見いだされた二次流に関する研究, 第26回土木学会年次学術講演会講演概要集, 1971, pp. 305-306.
- 30) 中川博次・辻本哲郎・村上正吾・小薮仁：浮遊砂の基準面濃度の推定について, 第28回水理講演会論文集, 1984, pp.665-670.

第2章 粒子の浮遊限界に関する研究

2.1 概 説

砂礫上の流れて、掃流力が増加すると河床砂はある摩擦速度のとき河床を離脱し浮上し始める。この限界が浮遊限界であり、掃流限界とともに、河床の安定形状の予測、流砂量の算定および流送形態の遷移過程の解明などのために重要なパラメータである。従来、掃流限界については、一様砂や混合砂に対する Shields¹⁾ (1936) や Egiazaroff²⁾ (1965) の理論的研究が有名であり、その適合性は良好であることが知られている。一方、浮遊限界については限界状態の明確な基準がないこと、浮遊機構が明らかでないこと、さらには掃流砂と浮遊砂の区別が難しいことなどのために、詳細な理論や実験に基づく検討は行われていないが、Bagnold³⁾ (1966), Sumer⁴⁾ (1979)らが理論的に、また Laursen⁵⁾ (1958), van Rijn⁶⁾ (1984) らが実験的に考察している。

Bagnold³⁾ は、鉛直方向の乱れ速度 w_f が粒子の沈降速度 w_0 より大きいとき粒子は浮上するとし、 w_f の代表値に鉛直方向の乱れ強度 w_f' を用い、河床付近で w_f' が摩擦速度 u_* にほぼ等しいという実験結果より、浮遊条件式を

$$u_{*0} = w_0 \quad \text{..... (2.1)}$$

のように求めた。 $w_f' = u_*$ としている点から考えて、この式は粗面に対して適用できるものである。また、 w_f が正規分布に従うとすると、浮遊限界のとき、 $w_f > w_0$ となる確率は16%になるので、式(2.1)は浮遊砂が無視し得ない程度に存在する限界の条件式を意味する。

Sumer⁴⁾ は、滑面および粗面上の粒子の浮遊軌跡と運動方程式から粒子に作用する圧力勾配による揚力を推定し、揚力、水中重量、仮想質量を加速するための力によって、粒子の鉛直方向の加速度が正になる限界を浮遊限界と定義した。その結果、浮遊条件式を滑面と粗面で次式のように導いた。

$$\frac{(s+1)g\nu}{u_*^3} = 0.084 \pm 0.034 \quad (\text{滑面}) \quad \text{..... (2.2)}$$

$$\frac{(s+1)gk_s}{u_*^2} = 5.9 \pm 1.56 \quad (\text{粗面}) \quad \text{..... (2.3)}$$

ここに、 s : 水中比重 ($\sigma/\rho - 1$)、 ν : 動粘性係数、 k_s : 相当粗度高さである。これらの式は、河床粒子がバースティング現象に伴って生じる局所的負の圧力勾配による力によって浮上するという浮遊機構に基づいて導かれたものであるが、揚力の推定法の一般性に問題があるために、式(2.2)、(2.3)から得られる浮遊限界摩擦速度は他の理論や実験より求められるものより過大に評価される。

Laursen⁵⁾ は、全流砂濃度と掃流砂濃度の実測値を図2.1のように整理した。図中の実線は全流砂濃度、点線は掃流砂濃度を表わし、両曲線の間が浮遊砂濃度に相当する。ここに、 \bar{C} : 平均流砂重量

濃度（％）， τ_0 ：掃流力， τ'_0 ：有効掃流力， d_m ：平均粒径， h ：平均水深である。この図によると浮遊砂が流砂の中に混在し始める限界は、

$$u_* = 0.8 w_0 \quad \dots\dots\dots (2.4)$$

である。この式は多くの実験結果から得られたものであるが、浮遊限界に影響を与えると思われる河床条件の区別が明確でないところに問題があると思われる。

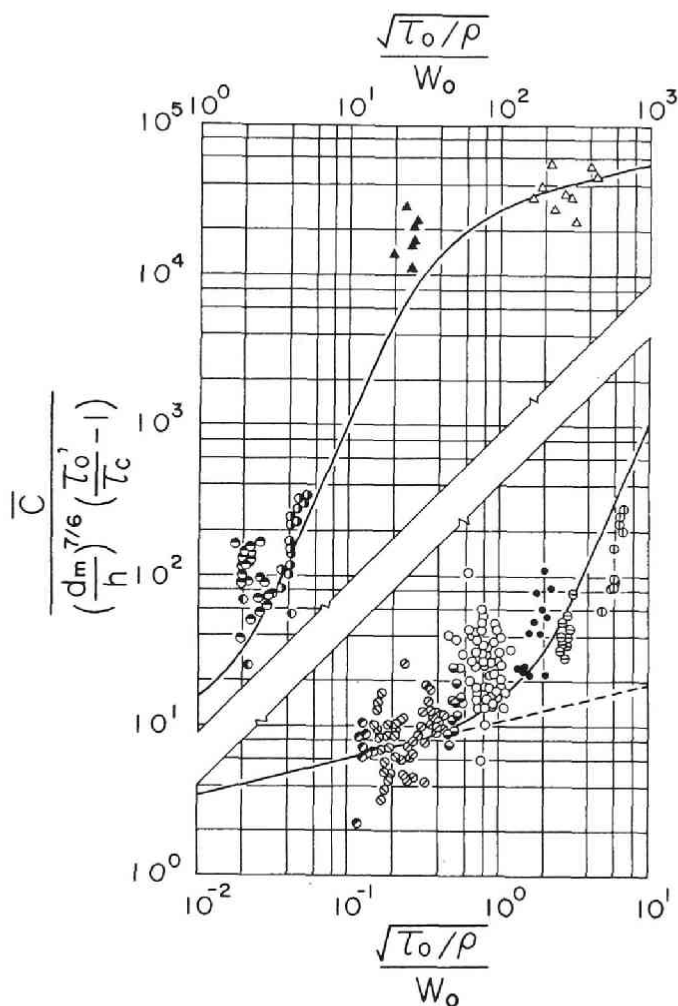


図 2.1 Laursen の図表（文献 5）より引用）

van Rijn⁶⁾ は、粒子が粒径の100倍の高さまで浮上する条件を浮遊限界の条件とし、実験よりそれを、

$$\frac{u_*}{w_0} = \begin{cases} 4/D_* & 1 < D_* < 10 \quad \dots\dots\dots (2.5 a) \\ 0.4 & D_* \geq 10 \quad \dots\dots\dots (2.5 b) \end{cases}$$

のように表わした。ここに、 D_* ：粒径を表わす無次元パラメータで、 $D_* = d(sg/\nu^2)^{1/3}$ である。彼は、この結果や Bagnold³⁾ および Engelund⁷⁾ (1965) の結果を図 2.2 に示すように比較して、式(2.1)は浮遊砂濃度が発達し始める上限であり、式(2.5 a)、(2.5 b)は局所的に発生するバーストによって河床粒子が浮遊する状態に対応すると述べている。

浮遊限界に関する従来の研究は

以上のようなものであるが、河床粒子の浮上機構から浮遊限界を検討したものは少ない。また、河床条件が滑面であるか粗面であるか、一様砂であるか混合砂であるかによって、乱流特性が相異し、礫の遮蔽効果も影響するために、同じ粒子を対象にしても浮遊限界の摩擦速度 u_{*s} は異なる。しかし、従来の研究では、この点があいまいであり、それに関連した多くの問題が未解決となっている。たとえば粒子の流送形態の遷移過程について次のような問題が提起されている。浮遊限界摩擦速度 u_{*s} を従来一般に使われている式(2.1)

から求め、掃流限界摩擦速度 u_{*s} を岩垣の式⁸⁾ から算定すると、

u_{*s} 、 u_{*c} の粒径 d による変化は図 2.3 に示すようになる。ただし、 $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$ 、 $\sigma/\rho = 2.65$ とした。この図から、浮遊限界と掃流限界が等しい粒径 d_c ($\approx 0.1 \text{ mm}$) を境にして、砂粒子の流送形態の遷移過程が異なる。すなわち、 $d > d_c$ の砂粒子は、静止 \Rightarrow 掃流 \Rightarrow 浮遊と流送形態が遷移するのに対して、 $d < d_c$ の砂粒子は静止 \Rightarrow 浮遊のように流送形態が遷移することになる。 $d > d_c$ の砂粒子がこのような遷移することは周知の事実であるが、 $d < d_c$ の砂粒子が静止状態から直接浮遊状態へ移行するかについては、砂粒子が河床を構成する場合と礫の間隙に存在する場合で浮遊限界が異なるものと考えられるので、明確な判断はできない。したがって、任意の河床条件に対して浮遊限界を推定することのできる理論が必要であって、このためには、与えられた河床条件に対する乱流構造を解明し、それに基づく河床粒子の浮上機構から浮遊限界を議論しなければならない。また、掃流限界を決定する場合と同様に、浮遊限界の基準をいかに設定するかが重要な問題となる。従来、この点については不明確であり、Bagnold³⁾ のように浮遊砂が無視し得ない状態を基準にしているものと、Sumer⁴⁾、Laursen⁵⁾、van Rijn⁶⁾ のように浮遊砂が発生し始める状態を基準にしているもの

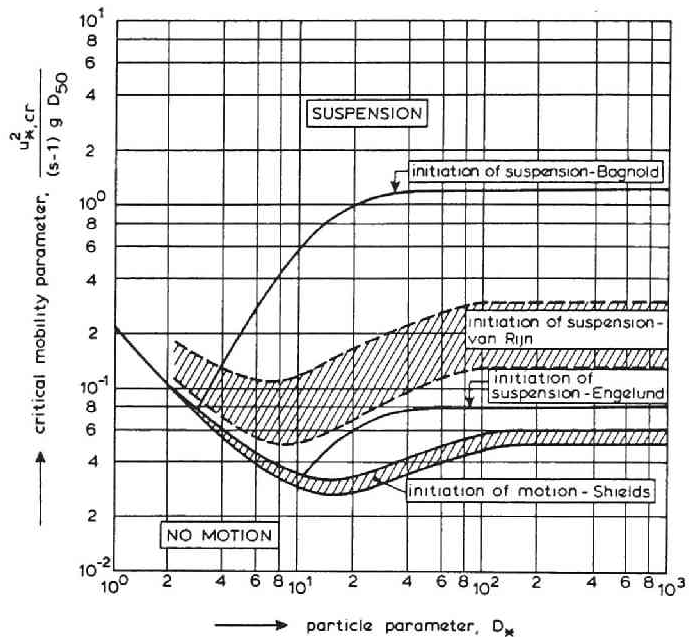


図 2.2 Rijn による浮遊限界 (文献 6) より引用)

(注：図中の s は比重 σ/ρ 、 d_{50} は 50% 粒径を表す。)

がある。どちらの状態も工学上重要なパラメータとなるが、浮遊砂量式等に適用することを考えると後者の基準の方が便利であると思われる。

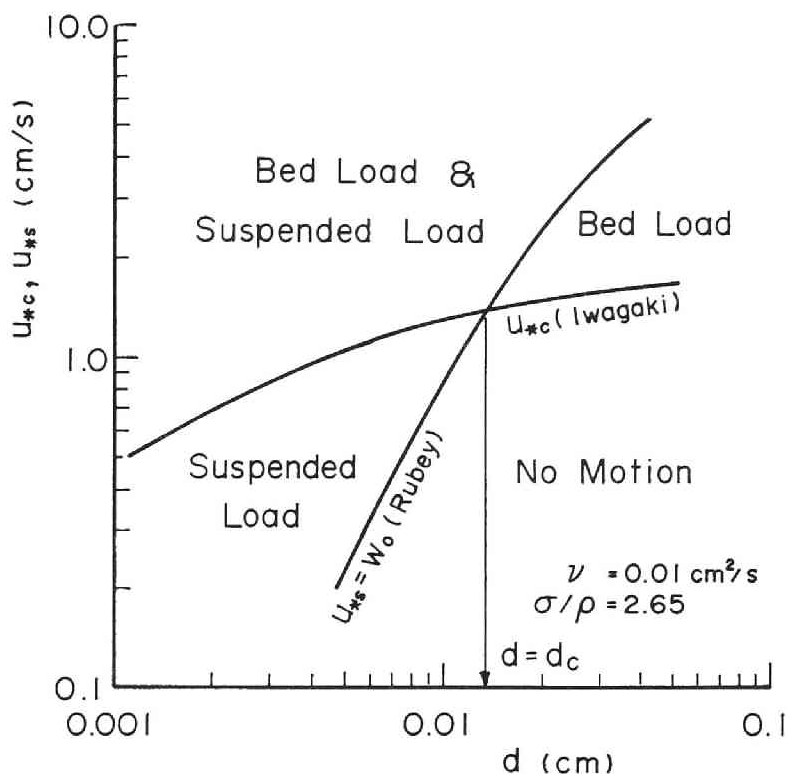


図 2.3 掃流限界と浮遊限界の関係

本研究は以上の点に鑑み、次のようなことについて検討する。まず、とくに実河川の浮遊砂の問題として重要になる $44\ \mu \sim 420\ \mu$ のシルトおよび細砂の浮遊限界を、これらの粒子が河床を構成する場合と、礫の間隙に存在する場合について実験的に検討する。また、この結果を用いて粒子の流送形態の遷移過程について考察する。ついで、第 1 章の粒子の浮遊機構に関する知見より、浮遊限界について、礫の遮蔽効果を考慮して議論し、一様砂および混合砂に適用できる浮遊限界の一般的な条件式を求める。

2.2 実験的検討

2.2.1 実験の概要

シルトから細砂領域の各種の粒径に対して、流砂の運動形態の遷移過程や浮遊限界について検討するために、以下のような実験を行った。なお、浮遊限界の定量的評価は後述するように、全流砂量のうち浮遊砂量の占める割合によって行っている。

(1) 実験装置

実験水路は図 2.4 に示すような長さ 8 m、幅 30 cm の可変勾配水路であり、上流端から 6 m のところに図 2.5 に示すような流砂採集装置が設置されている。掃流砂採集装置は、河床から 2 mm の高さの吸水口から全幅の掃流砂を横断方向に 6 つの区間に分けてサイフォン方式で採集するものであり、浮遊砂採集装置は、水路中央 1 cm 幅の浮遊砂を掃流砂採集装置の上部から水面にわたって、装置内の弁で採水量を調節して採集するものである。掃流砂は側壁の影響を考慮して水路中央の 4 つの採水口から採集した。流砂採集装置の上流 4 m の区間には、粒径 $d_r = 3 \text{ mm}$ と 4.8 mm の 2 種類の粗砂が貼付されている。

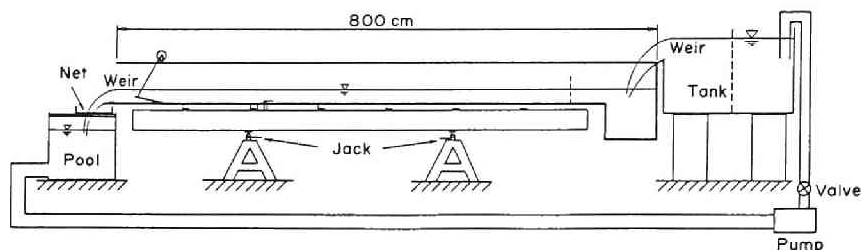


図 2.4 実験水路

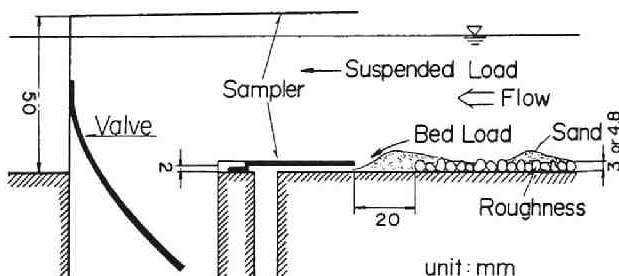


図 2.5 流砂採集装置

(2) 実験方法と実験条件

実験に用いた砂は、珪砂を $44 \mu \sim 420 \mu$ の間で篩い分けた A～F 砂である。A～F 砂の粒径範囲と平均沈降速度を実験条件とともに表 2.1 に示す。また、A～F 砂の沈降速度分布は図 2.6 のようである。

実験は、A～F 砂が河床を構成する場合と、A、E 砂が粗砂の間に存在する場合の 2 種類である。Exp. A-I～F-I は前者の場合に対するもので、粗砂が隠れる程度に A～F 砂を敷き、掃流力の変化に伴う砂粒子の移動状況の変化や掃流砂量および浮遊砂量の変化について調べたものである。Exp. A-II, E-II は後者の場合に対するもので、図 2.7 に示すように、粒径 d_r の粗砂の間に表層の粗砂の上端から Δ_s の深さまで A、E 砂を敷き、掃流力の変化に伴う粒子の移動状況の変化を観察したものである。この実験は、粗砂の粒径 d_r と Δ_s を変えてそれぞれ 6 ケース行った。表 2.1 の砂粒レイノルズ数 ($u_* d / \nu$ および $u_* k_s / \nu$) の値から、河床条件は Exp. A-I～F-I で滑面から

粗・滑遷移領域, Exp. A-Ⅱ, E-Ⅱで粗・滑遷移領域から粗面である。

Exp. A-I ~ F-I では, 砂粒子が移動し始めると河床波が形成され, 砂礫が河床波の谷の部分から約半波長にわたって露出した。掃流砂として採集したのは, 河床波を形成する砂粒子であり, その上を飛行して流送される砂粒子を浮遊砂として採集した。また, 流砂の採集には, 採水の吸引流速が流水の速度とできるだけ等しくなるように注意を払うとともに, 採水時間を河床波の流下速度に応じて10分から2時間とし, 時間的な流砂量の変動が測定値に入らないように心がけた。

表 2.1 実験条件

Exp.No.	Sand	d (μ)	w_o (cm/s)	Slope	Q (l/s)	u_* (cm/s)	u_*d/ν	u_*k_s/ν	d_r (mm)	Δ_S/d_r (%)
A-I	A	44~74	0.50	1/685 1/695	0.20 ~2.65	1.06 ~2.13	0.63 ~1.26	-	3.0	0
B-I	B	88~105	1.02	1/695	0.25 ~2.90	1.09 ~2.29	1.05 ~2.21	-	3.0	0
C-I	C	105~125	1.42	1/685 1/436	0.32 ~2.61	1.24 ~2.50	1.43 ~2.88	-	3.0	0
D-I	D	125~149	1.68	1/436	0.20 ~2.68	1.12 ~2.57	1.53 ~3.52	-	3.0	0
E-I	E	149~177	2.15	1/436	0.25 ~3.03	1.21 ~2.69	1.97 ~4.38	-	3.0	0
F-I	F	297~420	4.20	1/185	0.22 ~2.40	1.73 ~3.49	6.23 ~12.6	-	3.0	0
A-II-(1)	A	44~74	0.50	1/458	0.22 ~0.94	1.33 ~1.90	-	93 ~133	3.0	37
A-II-(2)	"	"	"	1/458	0.07 ~0.75	1.02 ~1.73	-	51 ~87	3.0	13
A-II-(3)	"	"	"	1/522	0.16 ~0.43	1.17 ~1.49	-	78 ~118	4.8	60
A-II-(4)	"	"	"	1/522	0.23 ~0.54	1.26 ~1.55	-	75 ~103	4.8	47
A-II-(5)	"	"	"	1/522	0.19 ~0.53	1.14 ~1.53	-	65 ~79	4.8	30
A-II-(6)	"	"	"	1/522	0.25 ~0.48	1.15 ~1.34	-	23 ~29	4.8	11
E-II-(1)	E	149~177	2.15	1/458	0.43 ~1.93	1.56 ~2.26	-	105 ~153	3.0	37
E-II-(2)	"	"	"	1/458	0.40 ~1.01	1.50 ~1.88	-	79 ~98	3.0	10
E-II-(3)	"	"	"	1/522	0.45 ~0.77	1.52 ~1.73	-	102 ~125	4.8	59
E-II-(4)	"	"	"	1/522	0.51 ~0.97	1.52 ~1.80	-	87 ~112	4.8	48
E-II-(5)	"	"	"	1/522	0.60 ~1.38	1.50 ~1.86	-	53 ~67	4.8	14
E-II-(6)	"	"	"	1/522	0.48 ~1.21	1.42 ~1.76	-	29 ~41	4.8	7

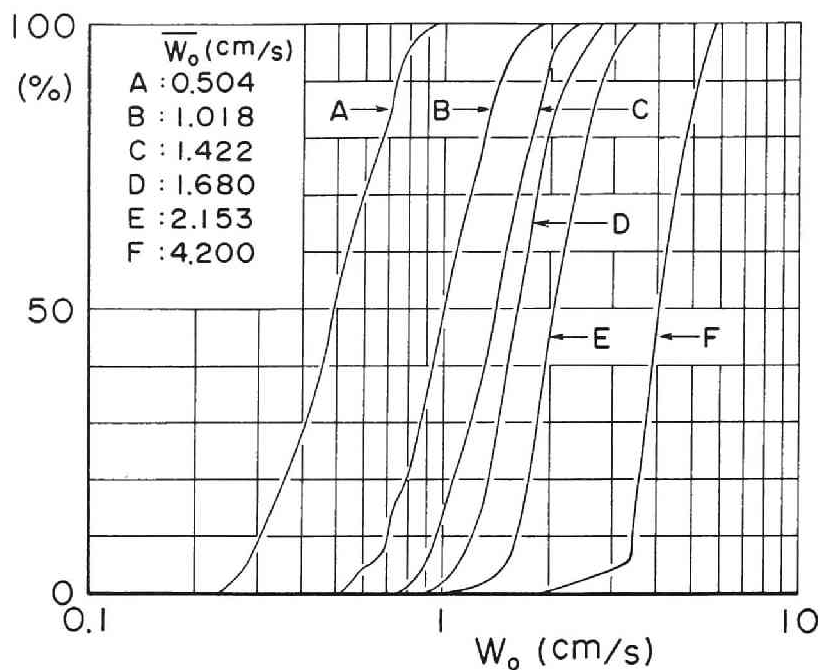


図 2.6 実験用砂の沈降速度分布

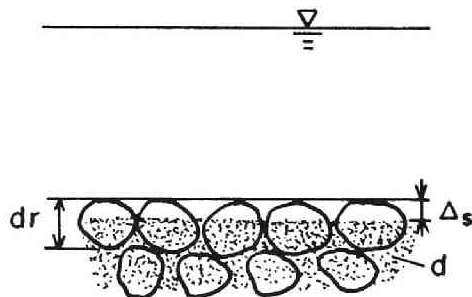
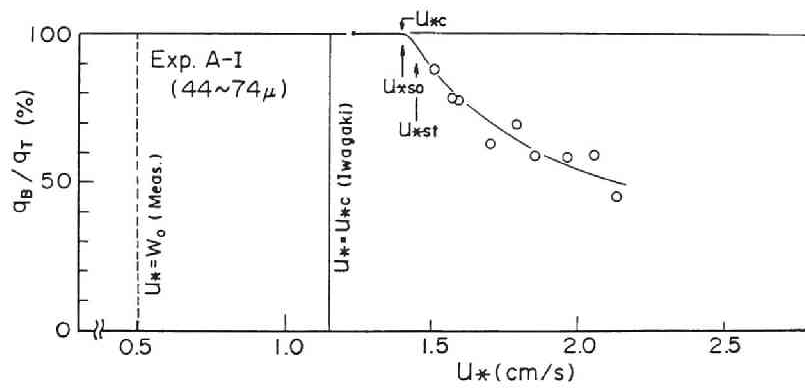


図 2.7 記号説明図

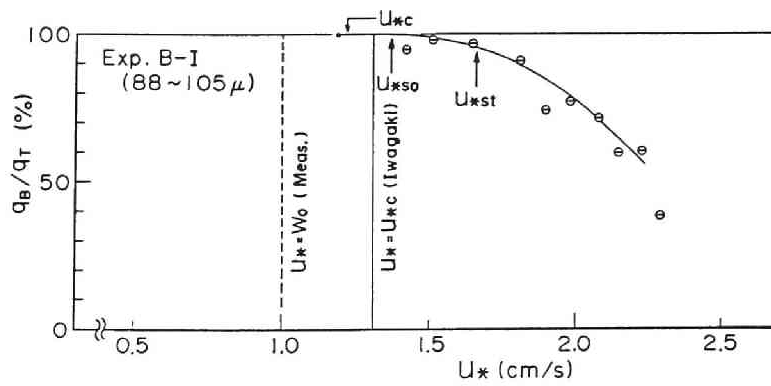
2.2.2 一様砂の浮遊限界と流送形態の遷移過程

浮遊限界について議論するとき、その定義を明示しておく必要がある。本研究では、掃流力の増加に伴って河床砂礫が浮遊し始める状態を浮遊限界と定義し、そのときの摩擦速度を u_{*s0} で表示する。この浮遊限界では浮遊砂量はほとんどなく 0 である。しかし、従来、浮遊限界と言われているものには、上の定義によるものの他に、全流砂の中で浮遊砂が無視し得なくなる状態を指している場合もある。式(2.1)はこれに対する条件式であり、本実験結果によると全流砂量 q_T に占める浮遊砂量 q_s の割合が約 4 % の状態に相当する。この摩擦速度も實際上重要であるので、これを u_{*st} として以下の議論においてしばしば用いるが、浮遊限界摩擦速度というのは u_{*s0} を指すことにする。

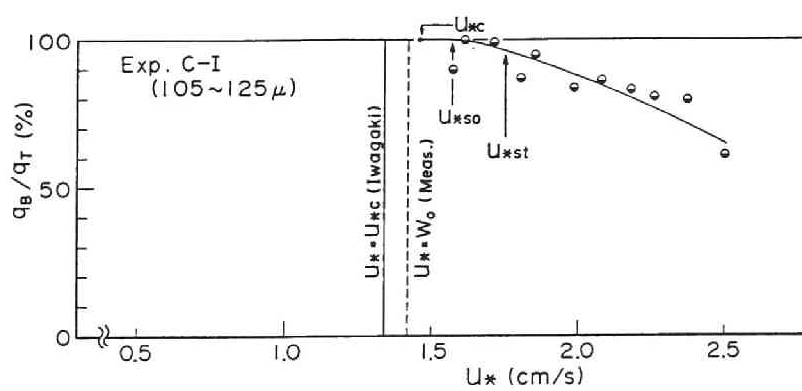
A～F 砂が河床を構成する場合について、全流砂量に対する浮遊砂量の割合 q_s/q_T の u_* による変化を示したものが図 2.8(a)～(f)である。図中の曲線の開始点(・)は砂粒子がころがり始める点を表わす。



(a)

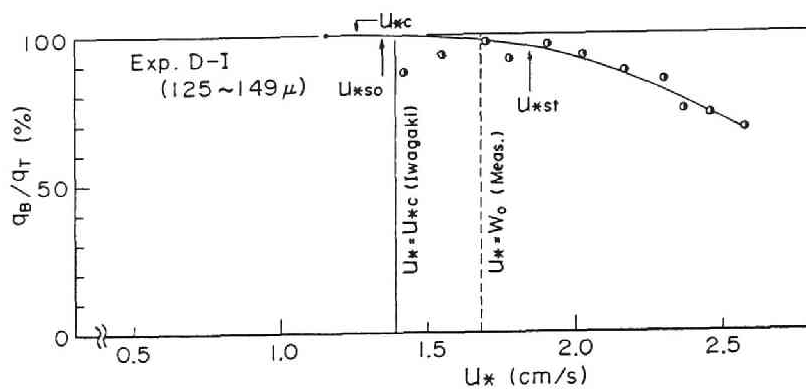


(b)

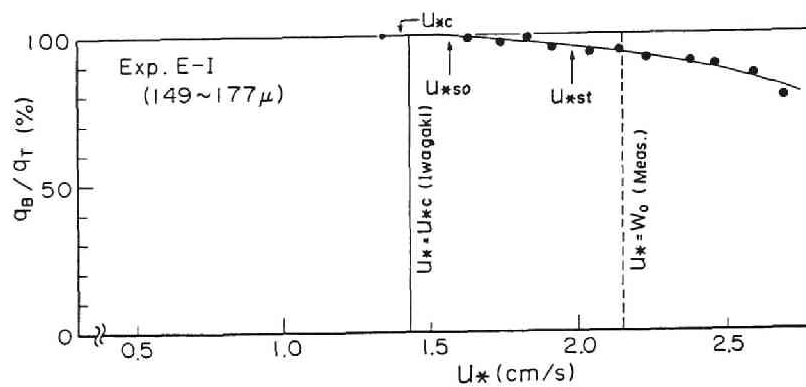


(c)

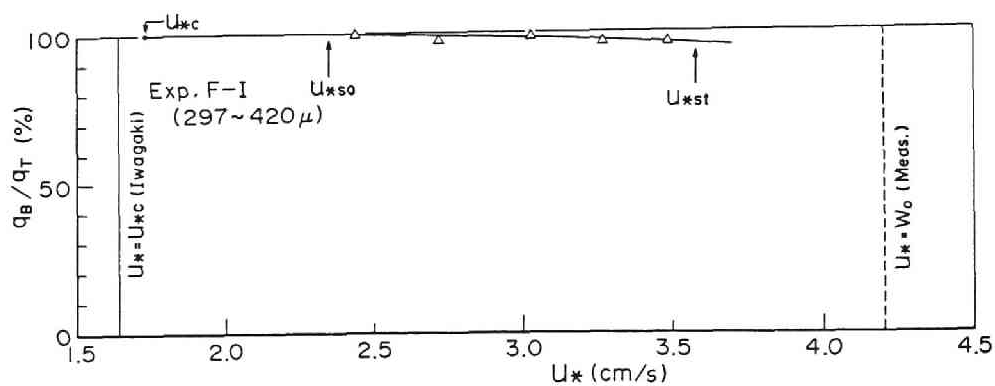
図 2.8 (a), (b), (c) 全流砂量に対する掃流砂量の割合の摩擦速度による変化



(d)



(e)



(f)

図 2.8 (d), (e), (f) 全流砂量に対する掃流砂量の割合の摩擦速度による変化

また、掃流限界摩擦速度 u_{*c} の値は、岩垣の研究⁸⁾の考え方に従って、粒子が時々ころがる状態と全面的に移動する状態との中間的な状態に対して求めたものである。また、全流砂量に対する浮遊砂量の割合 q_s/q_T は u_* とともに増加するが、この値が0%を超える限界の摩擦速度および4%のときの摩擦速度を u_{*s0} と u_{*st} とし、図2.8(a)~(f)に示している。さらに、参考のために $u_* = w_0$ の値も示している。まず、掃流限界や浮遊限界について従来の研究と比較する。

岩垣⁸⁾は、掃流砂の移動状態として、(1) no motion, (2) 時々ころがる状態、(3) 河床波が発生し始める状態、(4) (2)と(3)の中間的な状態の4つの場合を考え、中間的な状態を掃流限界の基準とした。図2.9は、この4つの状態に対する無次元掃流力 τ_* と砂粒レイノルズ数 $u_* d/\nu$ の実験値を示したもので、Shields¹⁾、岩垣⁸⁾の限界掃流力の曲線とWhite¹⁰⁾の実験値も示している。ShieldsやWhiteは掃流砂量が0のときを限界状態にしており、本研究のデータとの比較は一概にはできないが、本実験値やWhiteの実験値は、岩垣やShieldsの結果とほぼ適合している。しかし、厳密には両者は若干異なるので、 $u_{*c} d/\nu < 10$ の領域に対して、本実験やWhiteの実験を参考にして図中の点線で示したような限界掃流力の実験曲線を提案する。

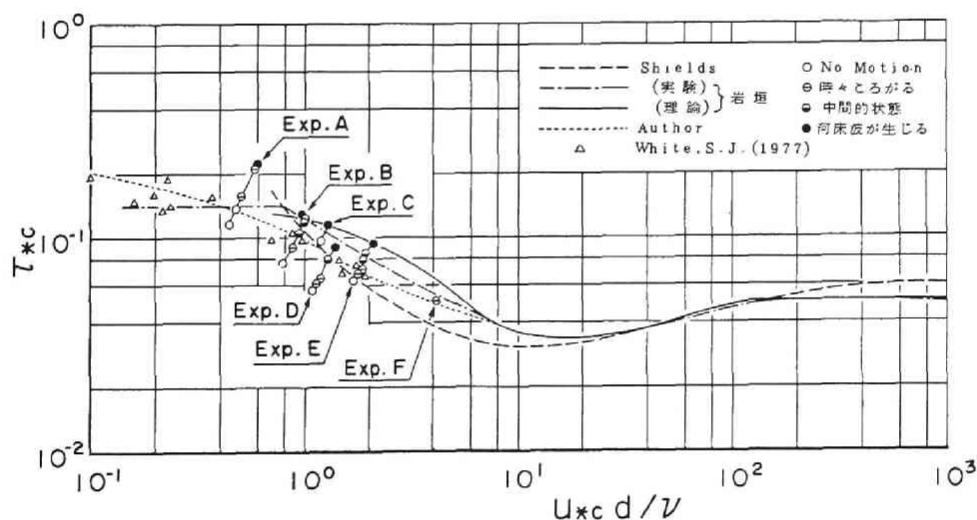


図2.9 掃流限界

図2.10は、各粒径に対する u_{*s0} および u_{*st} の実験値とBagnold³⁾やLaursen⁵⁾による浮遊限界摩擦速度(式(2.1)と(2.4))とを比較したものである。Bagnoldによって提案された浮遊砂が無視できない程度存在するときの条件式 $u_* = w_0$ は、本実験では $d > 0.015$ cmの砂粒子に対して $u_* = u_{*st}$ (全流砂量に占める浮遊砂量の割合が4%の条件)が対応しているが、 $d < 0.015$ cmの砂粒子には適用できない。また、浮遊砂が発生し始める限界に対して求めたLaursenの条件式 $u_*/w_0 = 0.8$ は、その基準に対応する実験値 u_{*s0}/w_0 と傾向が異なり、むしろ $d > 0.015$ cmの砂粒子に対して u_{*st}/w_0 の値が対応している。これらの研究成果が統一的に実験値を説明することができないのは、対象としている河床条件や粒径の効果が浮遊限界の理論に考慮されていないためと考

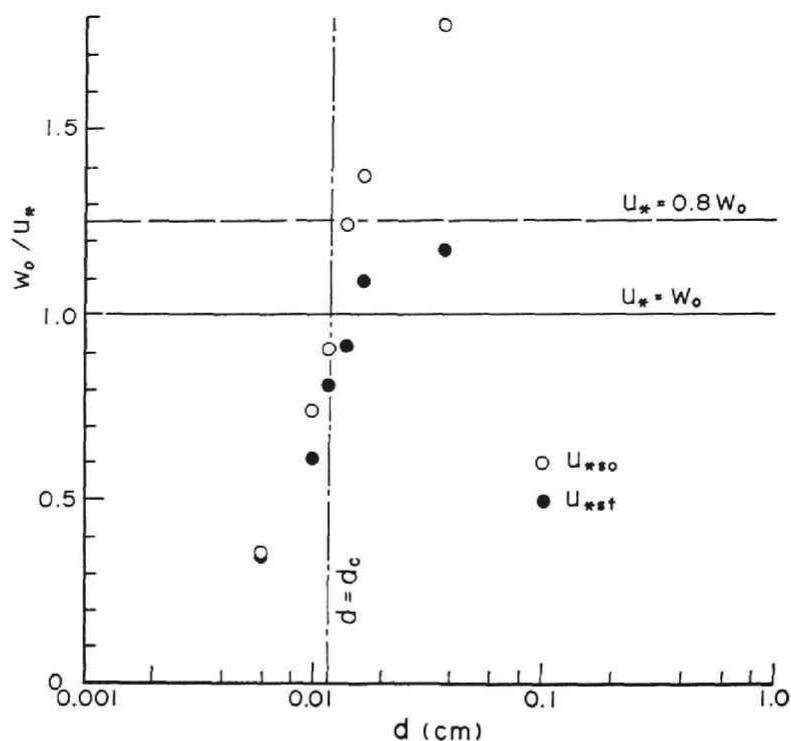


図 2.10 粒径別浮遊限界摩擦速度

えられる。

図 2.11 は、van Rijn⁶⁾ によって求められた浮遊限界の実験曲線と本実験結果を比較したものである。 $D_* > 10$ の領域ではわからないが、両者はほぼ一致している。

以上のように、従来の研究成果は、van Rijn のものを除けば、一様砂の浮遊限界を一般的な条件に対して与えるものでなく、ある制約条件の中で成立するものであり、その条件を明示しておく必要があるものと思われる。

図 2.12 は各粒径に対する

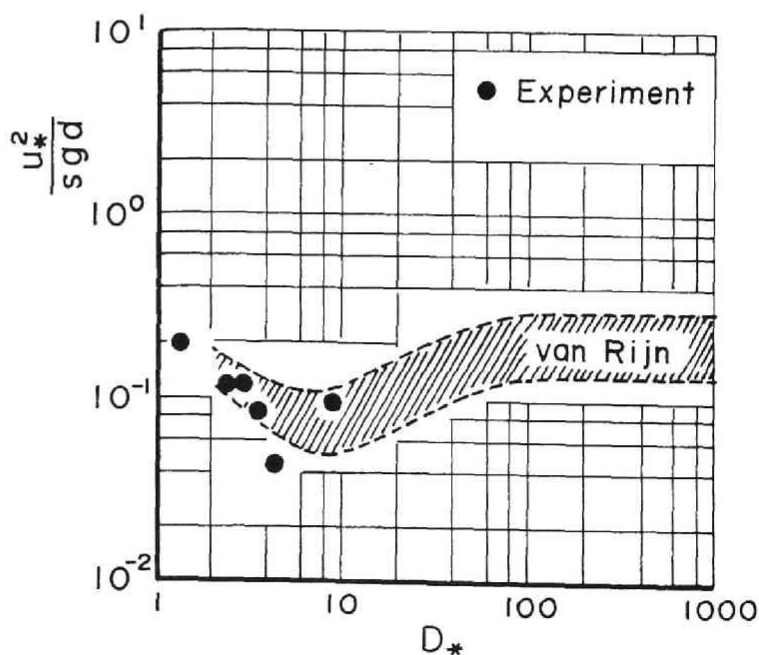


図 2.11 Rijn による浮遊限界と本実験との比較

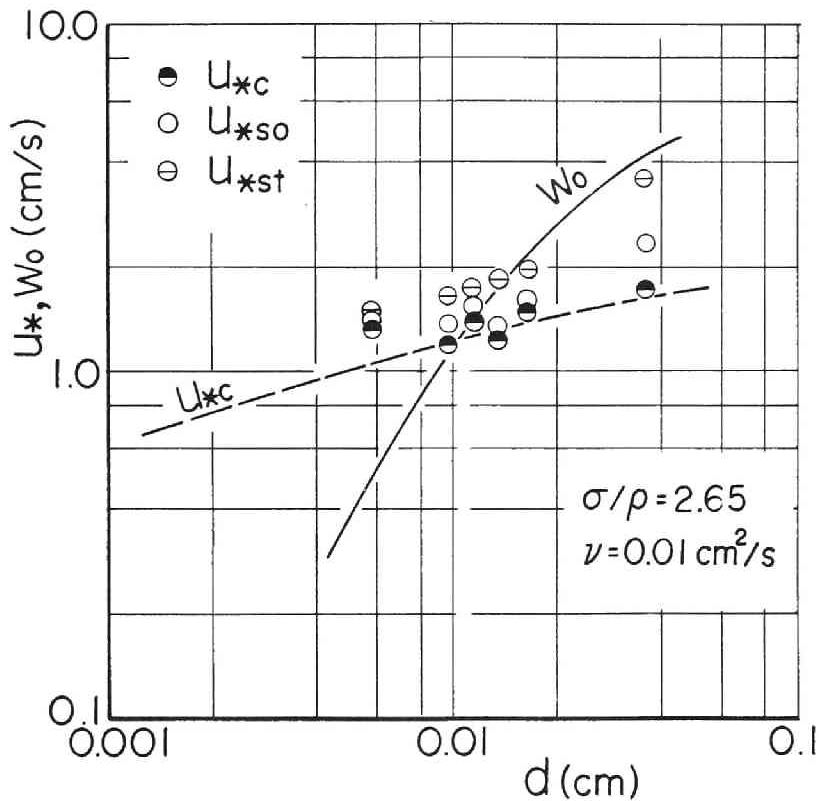


図 2.12 掃流限界摩擦速度および浮遊限界摩擦速度の粒径による変化

u_{*so} , u_{*st} , u_{*c} の実験値および White¹⁰⁾ の限界掃流力に関する実験結果を参考にひかれた u_{*c} の曲線 (図 2.9 の点線より求めた曲線), 実測の沈降速度 w_0 の内挿曲線が示されている。図 2.8(a) ~ (f) や図 2.12 から, 浮遊限界や流送形態の遷移過程に関して次のようなことが考察される。

(1) 従来提案されている浮遊限界の条件式 $u_* = w_0$ (式 (2.1)) は, 前述したように粒径 d が d_c ($u_{*c} = w_0$ となる粒径) に近い値 $d = 0.015$ cm より大きい場合には, $u_* = u_{*st}$ の値に対応する。しかし, $d < 0.015$ cm の範囲では, $u_{*st} > w_0$ となり, 粒径が小さくなるほど両者の開きは大きくなる。

(2) u_{*so} は $d < 0.015$ cm において u_{*c} を若干上まわった値であり, $u_{*so} \approx u_{*c}$ と見なすことができるが, $d > 0.015$ cm では, $u_{*so} > u_{*c}$ となり, 粒径が大きくなるにつれて両者の開きは大きくなる。

(3) $d < d_c$ において, 粒子は浮遊し始めるとわずかな u_* の増加で浮遊砂量は増加し, $u_{*st} \approx u_{*so}$ となるが, $d > d_c$ において, 粒径が大きくなるほど u_{*so} と u_{*st} との間の開きは大きくなる。

(4) 一様砂の場合には, 全ての粒子が静止 \Rightarrow 掃流 \Rightarrow 浮遊と遷移する。すなわち, 河床粒子は掃流状態を経なければ浮遊しない。

(5) $d > d_c$ の粒子の流送形態には掃流砂のみの領域が明確に存在するのに対し、 $d < d_c$ の粒子では、掃流状態になるとすぐに浮遊状態に遷移するために、流送形態はむしろ浮遊状態が主となる。この事は、前者が bed material load を構成し、後者は wash load となることを意味する。

浮遊限界に関する理論的な考察は 2.3 ですることにして、ここでは図 2.12 に示した結果について定性的な検討を加える。本実験で用いた粒子では、浮遊限界付近の水理条件ではほぼ滑面の条件になる。すなわち、粒子は粘性底層の中に存在し、1.4 で述べたように河床から浮上しにくい状態となっている。いま、鉛直方向の最大流速 w_{fmax} を乱れ強度 $w_{f'}$ の 3 倍と考え、 w_{fmax} による流体力で浮上する条件を近似的に $w_{fmax} > w_0$ で表わす。

$w_{f'}$ の鉛直分布を図 1.33 から、

$$\frac{w_{f'}}{u_*} = f_n(z^+) = \begin{cases} -\frac{1}{2500} (z^+ - 50)^2 + 1 & z_0^+ < 50 \quad \dots\dots\dots (2.6a) \\ 1 & z_0^+ \geq 50 \quad \dots\dots\dots (2.6b) \end{cases}$$

で近似する。ここに、 $z^+ = u_* z / \nu$ である。これより、粒子を $z^+ = z_0^+$ の高さに置いたときの浮遊条件は、

$$u_* = \frac{w_0}{3 f_n(z_0^+)} \quad \dots\dots\dots (2.7)$$

で与えられる。図 2.13 は、式 (2.7) を計算した結果を示したものである。 $z_0 = d$ のときの曲線は、粒子が河床の上に置かれたとき、 w_{fmax} による流体力で浮上する限界を表わす。(注：後述の理論でわかるように、この限界は河床粒子の浮遊限界とは異なる。ここでは、任意の高さに粒子を置いたとき、 w_{fmax} による流体力によって粒子が浮上するか否かについて検討する。) 図中の曲線 C_1 および C_2 は、 $d = 0.005$ cm および 0.028 cm の砂粒子の浮上限界を表わすものである。

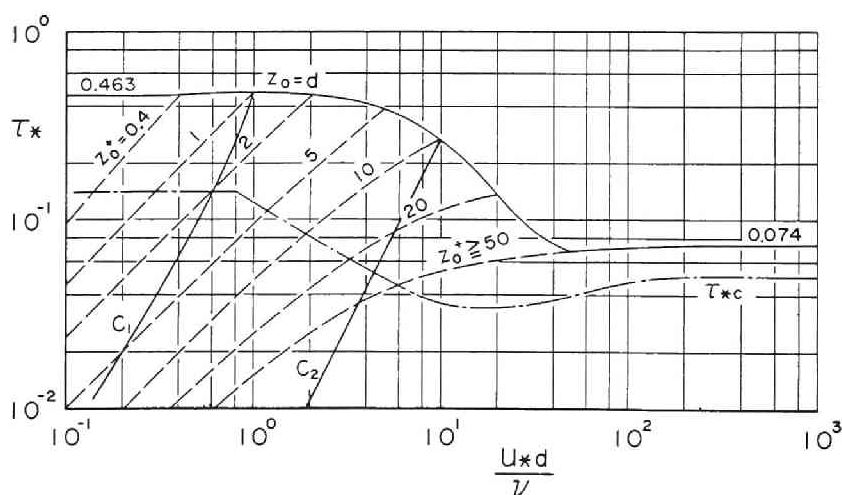


図 2.13 $z = z_0$ に置かれた粒子の浮遊条件

ただし、 $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$ 、 $\sigma/\rho = 2.65$ とする。この図より粒径が大きくなると多少存在高さ z_0 が変化しても浮上限界はあまり変化しなくなるが、粒径が小さい場合、 z_0 によって浮上限界が大きく変化する傾向が考察される。本実験で用いた $d < 0.015 \text{ cm}$ のような粒径の河床粒子は、 $u_* = w_0$ 程度の u_* のとき $z_0 = d$ であり、しかもそのとき $w_{fmax} < w_0$ であるため浮上できない。しかし、 u_* が u_{*c} 程度の値になるとエジェクションに伴う揚圧力などの要因で粒子は河床を離脱し粒子の存在高さ z_0 が大きくなる。このとき河床からわずかに浮上すると $w_{fmax} > w_0$ の条件となっているため、河床粒子は $u_* = u_{*c}$ の条件で $w_{fmax} > w_0$ の条件を満たすようになり浮上可能となる。また、 u_* がさらに増加し z_0 が大きくなると、式 (2.7) で計算される $w_0/3f_n(z_0^+)$ と u_* の値の差が急激に大きくなる。このため、 $d < 0.015 \text{ cm}$ の砂粒子では u_* が u_{*c} からわずかに増加すると浮遊砂量は急激に増加する。一方、 $d > 0.015 \text{ cm}$ の砂粒子では、 u_* が u_{*c} 程度の値のとき、河床粒子は $w_{fmax} > w_0$ を満足するような高さ z_0 まで離脱できず浮上できない。しかし、 u_* の増加に伴って z_0 が大きくなると、河床を離脱した粒子はその位置で $w_{fmax} > w_0$ の条件を満足するようになり浮上可能となる。また、 u_* がさらに増加し z_0 が大きくなっても、式 (2.7) で計算される $w_0/3f_n(z_0^+)$ と u_* の値の差はそれ程増加せず、このため、 $d > 0.015 \text{ cm}$ の砂粒子では浮遊砂量は徐々に増加することになる。

2.2.3 混合砂の浮遊限界と流送形態の遷移過程

粗面河床の場合、砂礫の間隙中に存在する粒子の位置によって遮蔽効果が変化するために、浮遊限界もそれに応じて異なるものと考えられる。混合砂について議論する場合、連続的な粒度分布の混合砂を対象にすべきであるが、実験手法が難しいので、ここでは二粒径混合砂を用いることにし、一様な粒径の礫の間隙中における粒子の存在高さによる浮遊限界摩擦速度の変化について検討する。また、 u_* の増加とともに河床の粗粒化が進むので、一様砂の場合のように流砂量の計測は行っておらず、 u_{*s0} は q_s/q_T の u_* による変化から求めることはできない。ここでは、目視によって粒子がころがり始める限界や浮遊し始める限界を判断し、そのときの摩擦速度を u_{*i} 、 u_{*s0} として求めた。

図 2.14 は、 u_{*s0} の粒子の無次元存在高さ Δ_s/d_r による変化を示したものである。この図には、第 4 章の浮上率に関する実験で得られた粒径 $142 \mu\text{m}$ 、比重 1.05 のポリスチレン粒子の u_{*s0} についても示している。この図より、 u_{*s0} の値は粒子が河床に存在する状況によって微妙に変化することがわかる。すなわち、 $d = 44 \sim 74 \mu$ の粒子では Δ_s/d_r が 0% から増加し、粒子の存在高さが低くなり礫が表面に突出してくると、河床条件は滑面から粗面に移行し、河床付近の乱れ強度が大きくなるために、 u_{*s0} は減少する。さらに、 Δ_s/d_r が増加すると、礫の遮蔽効果が大きくなるために今度は逆に u_{*s0} は増加する。このように、 u_{*s0} は礫の遮蔽効果と乱れ強度に及ぼす効果によって決定される。礫の遮蔽効果と乱れ強度に及ぼす効果は、それぞれ Δ_s/d_r と $u_* \Delta_s/\nu$ の関数となると考えられる。すなわち遮蔽効果は Δ_s/d_r の増加とともに大きくなり、また、乱れ強度に及ぼす効果は $u_* \Delta_s/\nu$ の増加とともに大きくなり、 $u_* \Delta_s/\nu > 50$ (粗面河床) で一定となるものと考えられる。ところで、図 2.14 に示すように、 $d = 149 \sim 177 \mu$ の砂粒子では実験条件の範囲で u_{*s0} の極小値はなく、 Δ_s/d_r とともに徐々に増加しており、 $d = 44 \sim 74 \mu$ の砂粒子の場合と特徴が異なる。

これは、粒径が大きくなると、浮遊限界付近の水理条件では Δ_s/d_r が 0 に近づいても粗面の条件に近くなるため、礫の乱れ強度に及ぼす効果はそれ程効かず、遮蔽効果が支配的になるためと考えられる。したがって、礫の隙間に存在する粒子の浮遊限界は、礫の乱れに及ぼす効果と遮蔽効果を定量的にいかにかに評価するかが重要となる。

次に、流送形態の遷移過程について考察する。図 2.15 は、 u_{*s0} と粒子がころがり始めるときの摩擦速度 u_{*i} と砂粒レイノルズ数 $u_* d_r / \nu$ との関係を示したもので、一様砂のときの u_{*s0}

と $u_* d_r / \nu$ との関係も示している。この図に示すように、シルトや細砂が河床を構成しているときには、粒子は静止⇨掃流⇨浮遊と遷移するが、粗砂の隙間に存在する場合は必ずしもそうでなく、静止⇨浮遊と遷移する場合が多い。

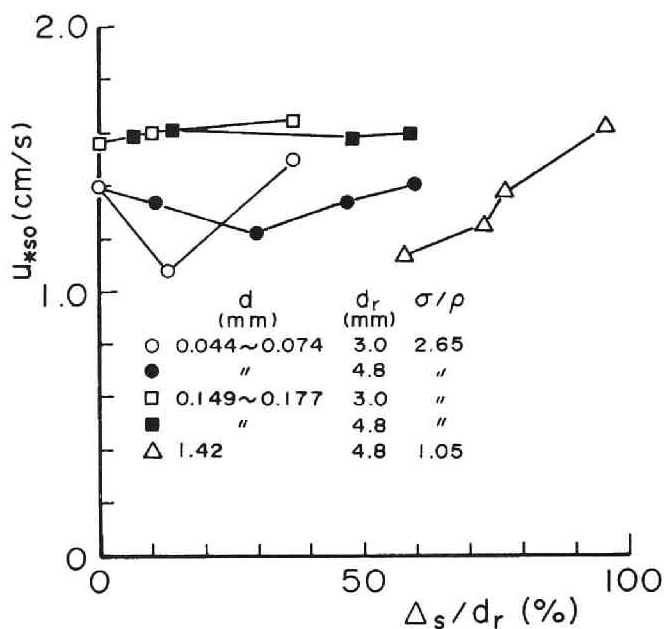


図 2.14 浮遊限界の粒子の存在高さによる変化

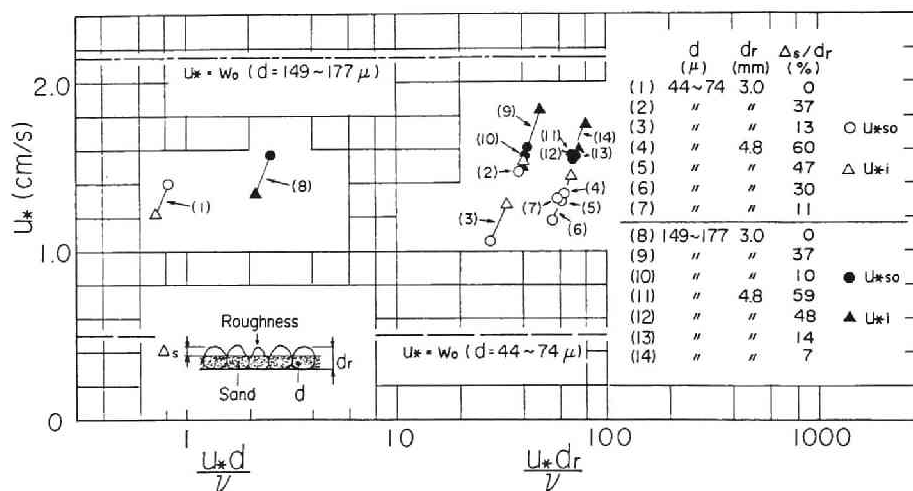


図 2.15 河床砂の浮遊限界と流送形態の遷移過程

2.3 理論的検討

2.3.1 浮遊条件式

河床砂礫の浮上機構や浮遊砂の定義が明確でないために、浮遊条件の定式化は難しい問題である。そこで、第1章では、河床粒子の浮遊機構について詳細に検討し、河床付近で生じる揚圧力の作用で粒子は河床を離脱し、それに伴う上昇流による流体力で浮上することを明らかにした。したがって、揚圧力が粒子の水中重量以上になると粒子は河床を離脱し、乱れの影響によって浮上すると考えられるので、浮遊条件式として次式を与えるのが妥当であろう。

$$F_{L0} > G \quad \text{..... (2.8)}$$

ここに、 F_{L0} ：河床付近で発生する上昇流体塊に起因する揚圧力、 G ：粒子の水中重量である。この式は、局所的な圧力勾配による力が水中重量より大きくなる条件を浮遊条件とした Sumer⁴⁾ のモデルとはほぼ同じである。しかし、Sumer は圧力勾配による力を次元解析的に算定しており、その一般性については疑問がある。 F_{L0} の値を推定することは難しいが、1.3.3の結果に従って、平均0、標準偏差 $F_{L0}' = c \rho u_*^2 d^2$ の正規分布で与えることにする。ただし、これは一様砂に対して成り立つ式であり、混合砂の場合は遮蔽効果を考慮しなければならない。粒子が礫の間に存在する場合、遮蔽効果によって、粒子の存在位置における乱れ強度が河床付近の値 u_* から $k u_*$ に減少すると考えると、 F_{L0}' は次式のようになる。

$$F_{L0}' = c k^2 \rho u_*^2 d^2 \quad \text{..... (2.9)}$$

ここに、 c ：揚圧力係数、 k ：遮蔽係数である。

いま、 $F_{L0} > \alpha F_{L0}'$ となる確率を P_α とすると、式(2.8)が P_α 以上の確率で満足するための条件は、

$$\alpha F_{L0}' \geq G \quad \text{..... (2.10)}$$

であり、この条件の限界摩擦速度 $u_{*s}(P_\alpha)$ は式(2.9)より次式のようになる。

$$\frac{u_{*s}(P_\alpha)^2}{s g d} = \frac{\pi}{6} \frac{1}{\alpha c k^2} \quad \text{..... (2.11)}$$

ここで、 α は浮遊限界の基準を設定するパラメータであり、 $\alpha=3$ のとき $P_\alpha = 0.14\%$ 、 $\alpha=1$ のとき、 $P_\alpha = 16\%$ となる。本研究で浮遊限界と定義しているのは、浮遊砂量が0を超える限界のことであるので、以下では $\alpha=3$ を用いることにする。したがって、浮遊限界摩擦速度 u_{*s0} は式(2.11)より、

$$\frac{u_{*s0}^2}{s g d} = \frac{\pi}{18} \frac{1}{c k^2} \quad \text{..... (2.12)}$$

で算定される。

式(2.12)を用いると、 c および k の値がわかれば u_{*s0} が算定できる。次項で、 c および k の推定法について検討する。

2.3.2 揚圧力係数と遮蔽係数

揚圧力係数 c や遮蔽係数 k は、河床条件（河床砂の粒径を用いた砂粒レイノルズ数や砂粒子の存在高さ）によって決定されるものと考えられる。実河川の問題への適用を考えると、連続的な粒度分布の混合砂礫に対して、 c や k の値を求める手法を確立することが重要であるが、まず、簡単な場合として、二粒径混合砂礫に対する c や k の推定法について検討することにし、後で、この手法を連続的な粒度分布の混合砂礫に応用する。

c および k は図2.7のような河床状態を考えると、 $u_* \Delta_s / \nu$ 、 Δ_s / d_r の関数となるものと考えられる。しかし、この関係を理論的に解析することは困難であるので、 u_{*s0} の実験値を用いて逆に c や k の値を推定する。

いま、一様砂の場合を考えると $k = 1$ 、 $\Delta_s = 0$ であり、このとき式(2.12)は、

$$\frac{u_{*s0}^2}{s g d} = \frac{\pi}{18} \frac{1}{c} \dots\dots\dots (2.13)$$

となる。一様砂の場合の u_{*s0} の値（図2.12）より、 c と $u_* d / \nu$ の関係を求めると図2.16の描点のようになる。実験データは $0.7 < u_* d / \nu < 10$ の領域に限られているが、 $u_* d / \nu > 10$ の領域も實際上重要であるので、その区間については次のようにして求める。 $u_* d / \nu > 50$ （粗面）では、 $w_f' > w_0$ のとき、浮遊砂が無視し得ない程度存在することが一般に認められているので、 $\alpha w_f' = w_0$ （ $\alpha = 3$ ）のとき、浮遊砂が発生し始めると考えられる。この関係を用いて $u_* d / \nu > 50$ のときの c の値は求められる。 $u_* d / \nu < 10$ における c の値は実験値を内挿して求められ、 $10 < u_* d / \nu < 50$ の範囲の値は、 $u_* d / \nu > 50$ と $u_* d / \nu < 10$ の結果を滑らかに結んで得られる。以上より c と $u_* d / \nu$ の関係は図2.16の実線のようになる。図中には、Einstein¹¹⁾(1950) の掃流砂量式で用いられている揚力の変動成分の標準偏差から求めた c の値も示しており、著者の結果は、粗面でEinsteinの結果に接続している。この図のように、揚圧力係数 c は粗面でほぼ一定となり、滑面になるにつれて減少する。

ついで、遮蔽係数の算定法について述べる。二粒径混合砂を使って、砂礫の間隙中の無次元存在高さ Δ_s / d_r と u_{*s0} との関係を求めた結果と図2.16から $u_* d / \nu = u_* \Delta_s / \nu$ に対して求めた c の値から、式(2.12)より k を推定した。図2.17はこの結果を示したもので、粒子の存在高さが低くなると、 k は小さく（遮蔽効果は大きく）なることがわかる。図中の曲線は実験値を内挿したもので以下の解析ではこの関係を使う。

c および k は図2.16、2.17から求められるが、そのためには Δ_s と河床の粒度分布との関係式を明らかにする必要がある。まず、簡単な場合として図2.7に示すような二粒径混合砂の場合について考える。粗砂の粒径を d_1 、細砂の粒径を d_2 、それぞれの混合割合を p_1 、 p_2 とする。

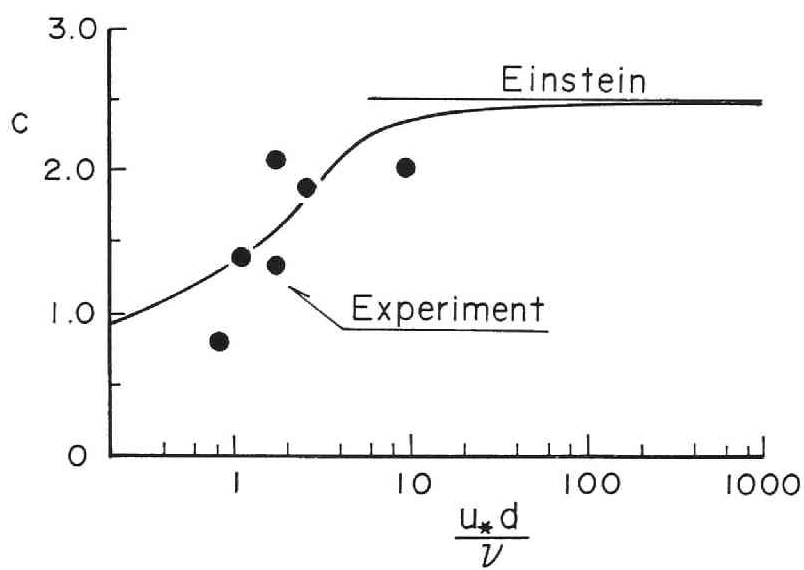


图 2.16 揚压力係数

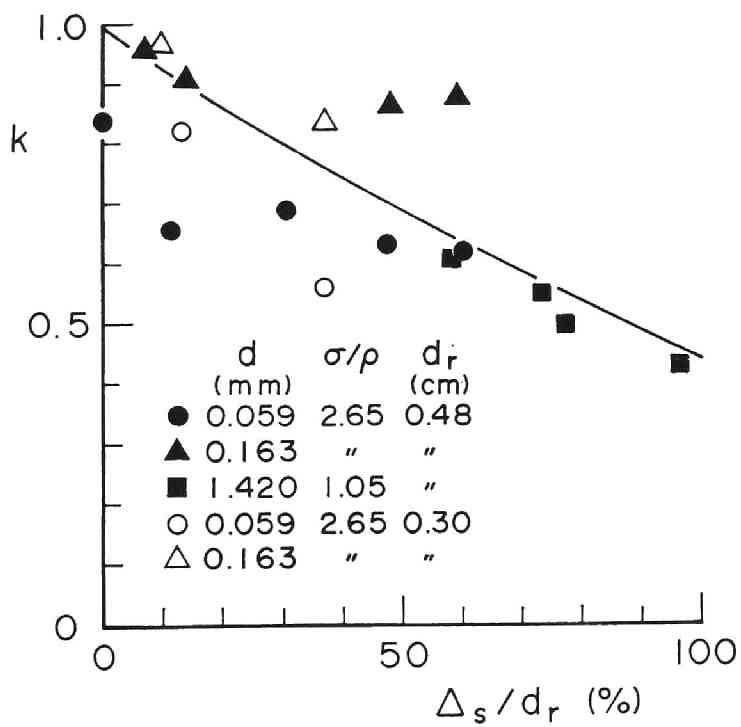


图 2.17 遮蔽係数

このとき、粗砂の頂部から細砂の表面までの距離 Δ_s と p_2 の関係は粗砂の空隙に存在する細砂と粗砂の体積比と p_1 、 p_2 との関係から図 2.18 のように求められる。これより、 p_1 (または p_2) がわかれば Δ_s/d_1 が求まり、これより、揚圧力係数 c や細砂に対する遮蔽係数 k_2 が決定される。ついで、連続的な粒度分布の場合についてもこの方法が応用でき、混合砂の中の粒径 d_i の粒子 (以下、粒子 i とする) に対する遮蔽係数は次のように求められる。すなわち、混合砂を $d > d_i$ と $d \leq d_i$ の 2 種類の粒子群に分類し、それぞれの平均粒径と混合割合を d_{i1} 、 p_{i1} お

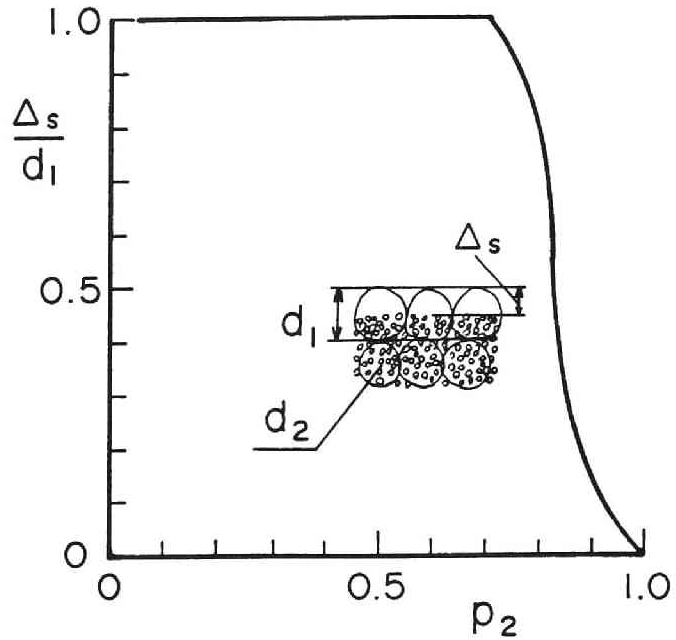


図 2.18 細砂の混合割合と細砂面の高さとの関係

よび d_{i2} 、 p_{i2} とする。このように、連続的な粒度分布の混合砂を仮想的な二粒径混合砂に置き換える。粒子 i に遮蔽効果を及ぼすものは、 $d > d_i$ の粒子であるので、図 2.18 の d_1 に相当するものを d_{i1} で与える。また、 $p_2 = p_{i2}$ とおけば、図 2.18 より、 $d < d_i$ の粒子が粒径 d_{i1} の隙の空隙中に存在する位置 $\Delta_s = \Delta_{si}$ が求められる。 Δ_{si} は粒子 i の存在高さと同等であるので、これより、 $\Delta_s/d_1 = \Delta_{si}/d_{i1}$ に対する k が粒子 i についての遮蔽係数 k_i として決定される。一方、揚圧力係数 c は、図 2.16 において $u_* d/\nu = u_* d_m/\nu$ (d_m : 河床表面材料の平均粒径) に対して求められる。

2.3.3 一様砂および混合砂の浮遊限界

図 2.16 から揚圧力係数 c の値を求めると、式 (2.13) より、一様砂の場合の浮遊限界のときの無次元せん断応力と砂粒レイノルズ数の関係は図 2.19 のようになる。図中には、参考のために、掃流限界や $u_* = w_0$ を表わす曲線も示している。この浮遊限界は浮遊砂が発生し始める限界を表わすもので同程度の基準に対する van Rijn の実験値 (図 2.2) とほぼ一致する。

一方、混合砂の場合は、河床材料の粒度分布によって揚圧力係数 c や遮蔽係数 k の値が変化する。したがって一般的な浮遊限界の表示ができないので、例示的に浮遊限界摩擦速度 u_{*s0} を算定する。そこで粒径 $d_1 = 0.48$ cm の礫と一様粒径 d_2 (0.005 cm $\leq d_2 \leq 0.2$ cm) の微細砂の二粒径混合砂を考える。ただし比重は 2.65 とする。微細砂の混合割合 p_2 を 0.1 0.15 0.2 0.3 に変化させたときの u_{*s0} の値を粒径別に求めると、図 2.20 のようになる。ただし、 c の値は $u_* \Delta_s/\nu$ に対して求め、 Δ_s は図 2.18 から算定した。この図より、 $d_2 < 0.04$ cm では $p_2 = 0.2$ ($\Delta_s/d_1 = 0.15$) の方が $p_2 = 0.3$ ($\Delta_s/d_1 = 0.0$) よりも u_{*s0} の値が小さくなっており、 u_{*s0} が極小になるような粒子の存

在高さがあることがわかる。このことは、A砂（ $44 \sim 74 \mu$ ）を用いた実験で得られた結果と一致する。また、図中には、一様砂の場合と $p_2 = 0.15$ の場合の掃流限界摩擦速度の値も示している。 $p_2 = 0.15$ の値は Egiazaroff の混合砂に対する限界掃流力の理論²⁾とその修正式¹²⁾より計算した。これより、 $p_2 = 0.3$ ($\Delta_s = 0$) のとき $u_{*s0} > u_{*c}$ であるが、 $p_2 = 0.15$ のときは、 $d < 0.2 \text{ cm}$ で $u_{*s0} < u_{*c}$ となることがわかる。すなわち、微細砂が河床を構成しているときは、粒子は静止⇌掃流⇌浮遊と遷移するのに対し、混合砂の場合、静止⇌浮遊と遷移する場合が多いことがわかる。このことも、実験で得られた事実と一致するものである。

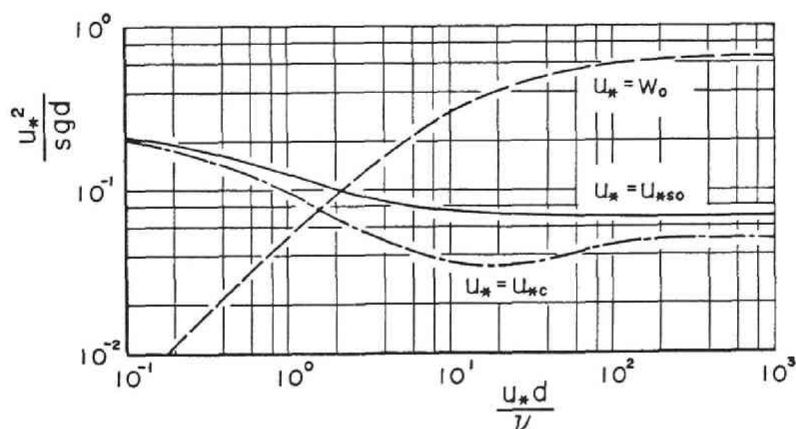


図 2.19 一様砂の浮遊限界と掃流限界

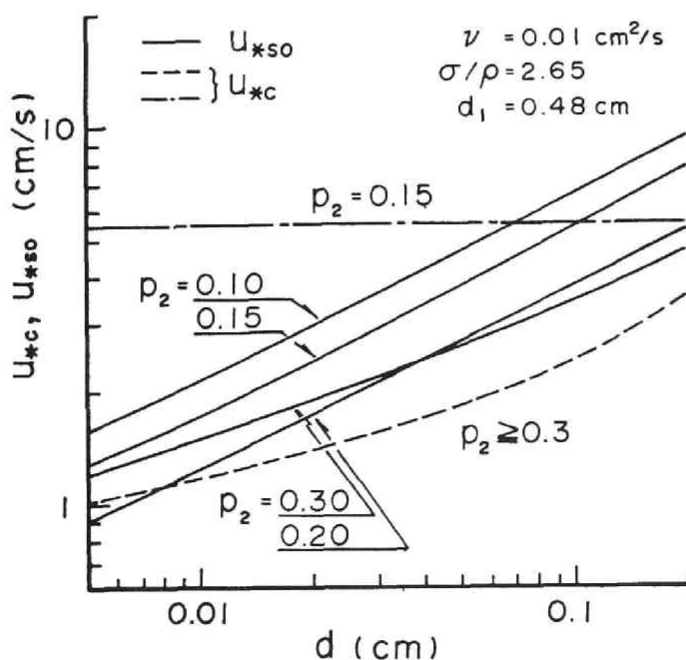


図 2.20 混合砂の浮遊限界と掃流限界

2.4 結 語

浮遊砂量の算定、河道の安定形状の予測、砂礫の流送形態の遷移過程の解明などのためには、浮遊限界を明確にする必要がある。河床粒子の浮上機構は、河床条件と密接な関係があるため、粗面や滑面の場合、または、一様砂や混合砂の場合で浮遊限界は異なるものと考えられる。本章では、この点に着目し、河床条件に応じて乱流特性や遮蔽効果に変化することを考慮して浮遊限界を実験的かつ理論的に明らかにした。

2.2 では、まず、粒径 $d = 44 \sim 420 \mu$ のシルトや細砂で構成された一様砂の浮遊限界を実験的に明らかにした。その結果、粒子の沈降速度 w_0 と掃流限界摩擦速度 u_{*c} が等しくなる粒径 d_c 付近の粒径 $d = 150 \mu$ の粒子を境にして、浮遊限界や流送形態の遷移過程の特性が次のように異なることがわかった。 $d > 150 \mu$ では、粒子が浮遊し始める限界摩擦速度 u_{*s0} は $w_0 > u_{*s0}$ で、粒径が大きくなるにつれて、 u_{*s0} と u_{*c} の差が大きくなるのに対し、 $d < 150 \mu$ では $u_{*s0} \doteq u_{*c}$ であり、粒子は掃流され始めるとすぐに浮遊砂が発生する。また、浮遊砂が無視し得なくなる限界のときの摩擦速度 u_{*st} は、 $d > 150 \mu$ に対して、 $u_* = w_0$ の条件に対応するが、 $d < 150 \mu$ では、 $u_{*st} \doteq u_{*s0} > w_0$ で粒径が小さくなるにつれて、 u_{*st} と w_0 の差が大きくなる。したがって、 $d < 150 \mu$ では、掃流砂が発生し始めると浮遊砂が急激に増加するのに対し、 $d > 150 \mu$ では、掃流砂のみが生じる領域が存在し、浮遊砂量も徐々に増加する。ついで、粗面上に粒子が存在するときの浮遊限界は、礫の遮蔽効果と乱れに及ぼす効果が影響しており、礫の間隙中の粒子の存在高さによって変化することが明らかになった。すなわち、存在高さが低いとき礫の影響で乱れは強くなるが遮蔽効果が大きいために u_{*s0} は大きい値となり、存在高さが高くなるにつれて、遮蔽効果が小さくなり、 u_{*s0} は減少する。さらに存在高さが高くなり、粒子が礫の間隙を埋め尽くすようになると、乱れが弱くなるために u_{*s0} はそれ程減少しないか、または逆に増加する。また、礫の間隙に粒子が存在する場合は、一様砂の場合と違って、河床条件、水理条件によっては、静止⇌浮遊と遷移することがある。

2.3 では、浮遊限界に関する一般的な表示式を求めるために、浮遊機構についての知見を使って、浮遊条件式を理論的に導いた。この式では、粗面や滑面の条件、または、遮蔽効果を考慮しなければならぬ条件のときに対しても浮遊限界摩擦速度が計算できる。そこで、まず一様砂の場合の浮遊条件を求め図示した。つぎに、この式を二粒径混合砂の場合に適用し、例示的に砂粒子の浮遊限界を求めた。その結果、砂粒子の存在高さによって u_{*s0} に極小値が存在する条件が解析的に求まった。また、混合砂の掃流限界摩擦速度を Egiazaroff の理論から計算した結果、河床砂が静止⇌浮遊と遷移する条件が存在することがわかった。これらのことは、2.2 で得られた実験結果とよく一致しており本理論の妥当性を裏づけるものである。

参 考 文 献

- 1) Shields, A.: Mittl. Preussischen Versuchanstalt für Wasserbau und Schiffbau, 26, 1936.
- 2) Egiazaroff, I. V.: Calculation of Nonuniform Sediment Concentrations, Proc. ASCE, Vol.91, HY4, 1965, pp. 225-247.
- 3) Bagnold, R.A. : An approach to the sediment transport problem for general physics, Geological Survey Professional Paper 422-I, Washington, D.C., 1966.
- 4) Sumer, B.M. : Experimental investigation of motions of suspended heavy particles and the bursting process, part 3, Life forces acting on a moving particle near smooth and rough boundaries in turbulent flows and the limiting stage of suspension, Inst. Hydrodynamics and Hydraulic Engineering, Technical University of Denmark, Series Paper, No. 23, 1979, pp. 77-101.
- 5) Laursen, E.M. : The total sediment load of stream, Proc. ASCE, Vol. 84, HY1, 1958.
- 6) van Rijn, L.C. : Sediment transport, part II : Suspended load transport, Proc. ASCE, Vol. 110, No. 11, 1984, pp. 1613-1641.
- 7) Engelund, F. : A criterion for the occurrence of suspended load, La Houille Blanche, No. 8, 1965, p. 7.
- 8) 岩垣雄一：限界掃流力に関する基礎的研究，(I)限界掃流力の流体力学的研究，土木学会論文報告集，第41号，1956，pp. 1-20.
- 9) 芦田和男・岡部健士・藤田正治：粒子の浮遊限界と浮遊砂量に関する研究，京都大学防災研究所年報，第25号 B-2，昭和57年，pp. 401-416.
- 10) White, S.J. : Plane Bed Thresholds of Fine Grained Sediments, Nature, Vol. 228, Oct., 1970.
- 11) Einstein, H.A. : The bed load function for sediment transportation in open channel flow, USDA, Soil Conservation Service, Technical Bulletin, No. 1026, 1950, pp.1-71.
- 12) 芦田和男・道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第206号，1972，pp. 59-69.

第3章 粗面上の粒子の浮遊運動のモデル化に関する研究

3.1 概 説

乱流中の浮遊粒子のステップレングス、拡散過程および河床からの粒子の浮上率などを明らかにするためには、第1章で述べたような乱流構造の中で、粒子がどのように運動するかを解明することが重要である。すなわち、時空間的に構造をもった渦運動に対する粒子運動の応答特性を解析する必要がある。とくに、河床付近で発生する上昇流による河床粒子の浮上現象を的確に評価することは、浮上率の算定だけでなく、浮遊粒子の運動特性の解明に重要である。しかしながら、従来、乱流構造を定量的にモデル化することは無論、定性的なこともあいまいであるために、乱流構造に対する粒子の応答結果として生じる浮遊運動の確率的または確率過程論的特性に着目して、浮遊粒子の運動をモデル化した研究が多いのが実状である。^{1)~6)}最近、乱流構造に関する研究が進み、渦の空間的なスケールや移動速度、乱れによる粒子に作用する外力などの知見が多くなると、それらの事を考慮した詳細な浮遊運動のモデル^{7), 8)}が考えられるようになってきたが、まだ、流れ全体をモデル化し、その中の粒子の運動を議論するまでには至っていない。本研究では、乱流構造を定量的にモデル化することは現在のところ無理としても、第1章で考察した乱流構造と粒子の浮遊運動との関連性や粒子に作用する外力についての結果を使って、なるべく、乱流構造を反映した浮遊粒子の運動モデルを構築することを目的とする。

河床上の粒子の浮遊機構をモデル化するうえで、重要な問題は、(1) 流れの場のモデル化、(2) その流れによる粒子の運動の定式化、(3) 河床および水面における粒子の運動の境界条件などである。

まず、流れの場のモデル化では、通常、二次元性と一様性を仮定している。開水路の隅角部のように流れの三次元性が強い場を対象とするときは、Chiu¹⁾(1967)の研究のように二次流を考慮する必要がある。しかし、バースティングの構造が三次元的であると言っても、横断方向の流速は流下方向の流速に比べて非常に小さいので、一般的には、二次元乱流を対象にすれば十分であると考えられる。また、乱れ強度や乱れの寿命時間は鉛直方向に変化するので、本来は乱流特性を非一様として取り扱わなければならないが、解析を簡単にするために一様乱流と仮定している研究が多い。吉川・石川⁶⁾(1978)の研究では、これに関して、乱れ特性の鉛直分布を考慮しなくても、現実の状態をかなりの程度表わすことができるという結果を得ている。ところで、乱れの成分には大小様々なスケールが存在し、浮遊粒子はそれらの影響を多少なりとも受けている。しかし、すべての乱れ成分を対象にして流れの場をモデル化するのは困難であるので、粒子の浮遊運動に支配的な乱れ成分のスケールやそれによる流体力や揚圧力の確率分布を明らかにして流れの場をモデル化することが肝要である。

次に、粒子の浮遊運動の定式化では、外力の評価と運動方程式の解法が問題である。流下方向には浮遊粒子は流速と同程度で流送されると考えられるので、鉛直方向に関するこれらの問題が重要となる。粒子に作用する外力としては、揚圧力や流体力が考えられるが、このうち、揚圧力は式(1.7)に示すように dw_f/dt の関数であり、このため運動方程式を解くことは非常に困難となる。本研究で

は、第1章の結果から後述のように浮上後揚圧力は作用しないものとして運動方程式を簡略化し、この問題点を解消しているが、厳密な意味では揚圧力の項も含めて解析すべきである。また、鉛直方向の流体力は一般表示すると粒子と流体の鉛直方向および流下方向の相対速度の関数となる。ただし、抵抗則にストークス則が適用できる場合には、粒子と流体の鉛直方向の相対速度のみの関数で流体力は表示される。したがって、ストークス則が適用できないときは運動方程式の解法が複雑になるので従来、粒子の鉛直方向の運動を運動方程式から検討した研究は少なく、Bayazit²⁾ (1972), Yalin・Krishnappan³⁾ (1973), Li・Shen⁴⁾ (1975) の研究のように鉛直方向の粒子の速度 w_p を $w_f - w_0$ で近似したものがほとんどである。ここに、 w_f : 流体の鉛直方向の速度、 w_0 : 粒子の沈降速度である。乱れに対する粒子の追従性が良いときは $w_p = w_f - w_0$ としても十分であるが、追従性が悪いときや粒子の離脱過程のように流体塊が加速度運動するときには $w_p = w_f - w_0$ と近似することはできない。したがって、粒径が大きい場合を対象にするときや離脱過程の定式化においては、運動方程式を用いて粒子の運動を解析する必要がある。

運動方程式を解く際のもう一つの問題点として、河床面と水面での境界条件の設定法が挙げられる。河床と水面の存在は開水路流の特徴であり、浮遊粒子の運動の解析を複雑にする要因である。粒子が河床を離脱して浮上する過程のシミュレーション結果は、浮遊粒子のステップレングスや拡散過程の計算精度を左右するので、河床付近で粒子に作用する揚圧力や流体力の分布を適切に与えることが重要である。また、水面では、粒子が水面を抜け出さないという条件をモデルに組み込むことが難しい問題となっている。浮遊粒子の濃度が水面付近でそれ程大きくないときは、この事は重要な問題ではないが、そうでないとき、この条件の設定の仕方によって濃度分布型などにかなり相異が生じることになる。物理的に妥当な考え方でこの条件を決める必要があるが、従来の研究でもこの点を無視したものが多い。

本研究は、Yalin・Krishnappan³⁾ や吉川・石川⁶⁾ のモデルと同様に、浮遊運動を時間ステップごとに区切ってモデル化し、各ステップにおける粒子の移動量の確率分布を算定するもので、その結果より浮遊粒子の存在高さやステップレングスの確率分布を計算するものである。したがって、全体的なモデルの構成は従来のものと類似しているが、前述の事項を考慮して次のような方針でモデルの構築を進める。流れの場合は二次元一様乱流を仮定し、浮遊粒子の運動を支配する乱れの時間スケールや乱れ速度の確率分布を第1章の結果を基に定式化する。つぎに、各ステップにおける粒子の鉛直方向の移動量の確率分布は、Yalin らのモデルでは $w_p = w_f - w_0$ という関係と w_f の確率分布から求められており、また吉川らのモデルでは乱流特性についての知見を使って適当な分布型で与えられている。本研究では、河床付近で生じる上昇流体塊や大規模な乱れによって生じる外力を十分考慮して粒子の浮遊運動をモデル化し、運動方程式と外力の確率分布から粒子の鉛直方向の移動量の確率分布を算定するものとし、このような考え方に従って、浮遊粒子の軌跡についてのシミュレーションを行うとともに、浮遊粒子の運動特性について検討する。

3.2 河床粒子の浮遊運動のモデルとその定式化⁹⁾

3.2.1 河床粒子の浮遊運動に関するモデル

第1章で考察した粗面上の粒子の浮遊機構についての成果より、浮遊運動を上昇流体塊とともに河床から浮上する離脱過程と、その後大規模なスケールの乱れによって浮上や沈降を繰り返す浮遊過程に分けて考える。図3.1を参考にして河床上の粒子が浮上し、浮遊する過程を次のようにモデル化する。

(1) 流れの場合は、解析を簡単にするために二次元一様乱流とし、河床条件は粗面かつ平坦とする。

(2) 時間ステップごとに粒子の浮遊運動を区切り、離脱過程をステップ1、浮遊過程をステップ2, 3, 4, ……とする。ステップ1の過程を正確に計算することは、浮遊運動全体のシミュレーションにとって重要であるので、ステップ1の継続時間は河床付近で発生する上昇流体塊の継続時間 t_e とし、図1.14または式(1.1)より上昇流速の関数として与える。ステップ2以降の各ステップの継続時間は一定とし、乱れの平均継続時間 t_{em} とする。したがってステップ1の継続時間は粒子に作用する上昇流速によって異なることになる。

(3) 粒子は鉛直方向に次のような外力の作用のもとに運動するものとする。まず、ステップ1では、河床上の粒子は上昇流体塊の発生に伴う揚圧力 F_{L0} の作用を t_* 時間受けて浮上する。 t_* は一般にわずかな時間であり、その間流体力 F_D は作用しないものとする。 t_* 時間後 F_{L0} は0になるが、残り $t_e - t_*$ 時間は、 F_{L0} の発生に伴って生じる上昇流速 w_{fe} による F_D が粒子に作用する。ここに、 w_{fe} はステップ1の間一定値をとるものとする。

次に、ステップ2以降では、乱れ速度 w_f による F_D が粒子に作用する。 w_f は各ステップで一定値を正規分布に従って与えるものとし、各ステップ間で独立に作用させる。

(4) 粒子の流下方向の移動速度はその存在高さにおける流速とほぼ等しいので、同じ時間浮遊している粒子でも軌跡によって流下方向の移動距離が異なる。しかし、この事を厳密に解析することは困難であるので、浮遊時間が長い粒子ほど平均的には鉛直方向に高い位置を通過することを考慮して、流下方向の移動速度を次のように決定する。すなわち、同じ時間浮遊しているすべての粒子は、その間の存在高さの代表値における流速で流下方向に運動するものとする。

(5) 河床に戻った粒子は、その時点で河床砂または掃流砂となり浮遊運動は終了する。

以上のようなモデルにおいて、揚圧力 F_{L0} 、河床付近の上昇流体塊の上昇流速 w_{fe} および浮上後粒子に作用する乱れ速度 w_f とそれらの継続時間、流下方向の流速分布が与えられると、粒子の軌跡が運動方程式を使って計算できる。また、

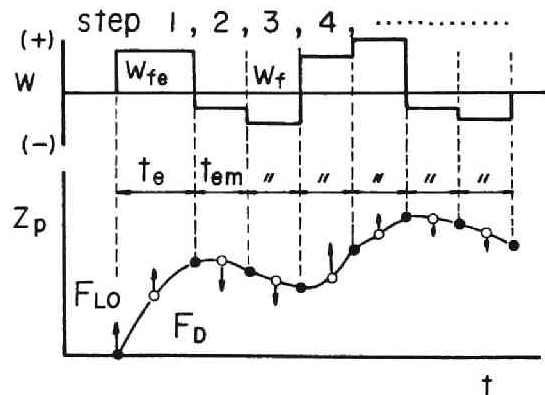


図3.1 河床粒子の浮遊現象のモデル

F_{L0} , w_{fe} , w_f の確率分布がわかれば浮遊粒子の運動特性量の確率分布が検討できる。

3.2.2 粒子の浮遊運動の定式化

乱流中の粒子の運動方程式は Tchen¹⁰⁾によれば,

$$\frac{\pi}{6} d^3 \sigma \frac{d \mathbf{U}_p}{d t} = \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_L + \frac{1}{2} \frac{\pi}{6} d^3 \rho \left(\frac{d \mathbf{U}_f}{d t} - \frac{d \mathbf{U}_p}{d t} \right) + \mathbf{F}_e \quad (3.1)$$

となる。ここに、 d : 粒径, σ , ρ : 粒子と流体の密度, \mathbf{U}_p , \mathbf{U}_f : 粒子と流体の速度ベクトル, \mathbf{F}_D : 流体力ベクトル, \mathbf{F}_L : 揚圧力ベクトル, \mathbf{F}_e : ポテンシャル場による外力である。式(3.1)で, Basset 項は簡単のため省略している。

\mathbf{F}_D , \mathbf{F}_L および \mathbf{F}_e は次式のように表示される。

$$\mathbf{F}_D = \frac{1}{2} C_D \rho |\mathbf{U}_f - \mathbf{U}_p| (\mathbf{U}_f - \mathbf{U}_p) \frac{\pi}{4} d^2 \quad (3.2)$$

$$\mathbf{F}_L = \frac{\pi}{6} \rho d^3 \frac{d \mathbf{U}_f}{d t} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{F}_e = - \frac{\pi}{6} (\sigma - \rho) \mathbf{g} d^3 \quad (3.4)$$

ここに、 C_D : 抵抗係数, \mathbf{g} : 重力加速度ベクトルである。

式(3.1), (3.3)の d/dt は、式(3.1)が粒子の軌跡に沿った微分、式(3.3)は流体素分の軌跡に沿った微分であり厳密には両者は異なるが、粒子の回わりを常に同じ流体素分が取り回んでいるという仮定より両者は近似的に等しいものとする。¹⁰⁾ また、揚圧力 \mathbf{F}_L は式(3.3)に示すように流体塊の加速度運動による力であり、流体力 \mathbf{F}_D 、いわゆる抗力と区別する。

式(3.1)より、鉛直方向の粒子の運動方程式は、

$$\frac{\pi}{6} d^3 \sigma \frac{d w_p}{d t} = F_D + F_L + \frac{1}{2} \frac{\pi}{6} d^3 \rho \left(\frac{d w_f}{d t} - \frac{d w_p}{d t} \right) - G \quad (3.5)$$

ここに、 w_p , w_f : 粒子および流体の鉛直方向の速度, F_D , F_L , G : \mathbf{F}_D , \mathbf{F}_L , \mathbf{F}_e の鉛直方向の成分である。 F_D , F_L , G は次式で示される。

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho \sqrt{(u_f - u_p)^2 + (w_f - w_p)^2} \cdot (w_f - w_p) \frac{\pi}{4} d^2 \quad (3.6)$$

$$F_L = \frac{\pi}{6} \rho d^3 \frac{d w_f}{d t} \dots\dots\dots (3.7)$$

$$G = \frac{\pi}{6} (\sigma - \rho) g d^3 \dots\dots\dots (3.8)$$

C_D は Rubey の式を用いると,

$$C_D = 2 + \frac{24}{R_e} \dots\dots\dots (3.9)$$

ここに, R_e : レイノルズ数で, $R_e = \sqrt{(u_f - u_p)^2 + (w_f - w_p)^2} d / \nu$, u_p , u_f : 粒子および流体の流下方向の速度, ν : 動粘性係数である。

いま, 式(3.5)を流体の質量 ρ , 重力加速度 g , 粒径 d で無次元化して若干変形すると次式のようになる。以下, ρ , g , d で無次元化した変数に $\hat{}$ を付記する。

$$\frac{d \hat{w}_p}{d \hat{t}} = \frac{6}{\pi} \frac{2}{2s+3} \hat{F}_D + \frac{3}{2} \frac{6}{\pi} \frac{1}{s+1} \hat{F}_L - \frac{2s}{2s+3} \dots\dots\dots (3.10)$$

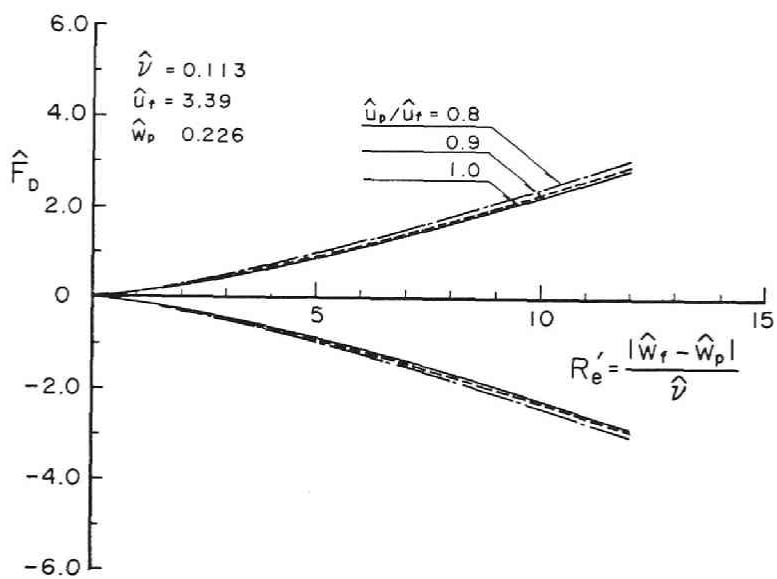
ここに, $\hat{w}_p = w_p / \sqrt{g d}$, $\hat{t} = t / \sqrt{d / g}$, $s = \sigma / \rho - 1$, $\hat{F}_D = F_D / \rho g d^3$, $\hat{F}_L = F_L / \rho g d^3$ である。 \hat{F}_D , \hat{F}_L は式(3.6), (3.7)および(3.9)より次式となる。

$$\hat{F}_D = \frac{\pi}{8} \left(2 + \frac{24}{R_e} \right) \sqrt{(\hat{u}_f - \hat{u}_p)^2 + (\hat{w}_f - \hat{w}_p)^2} (\hat{w}_f - \hat{w}_p) \dots\dots\dots (3.11)$$

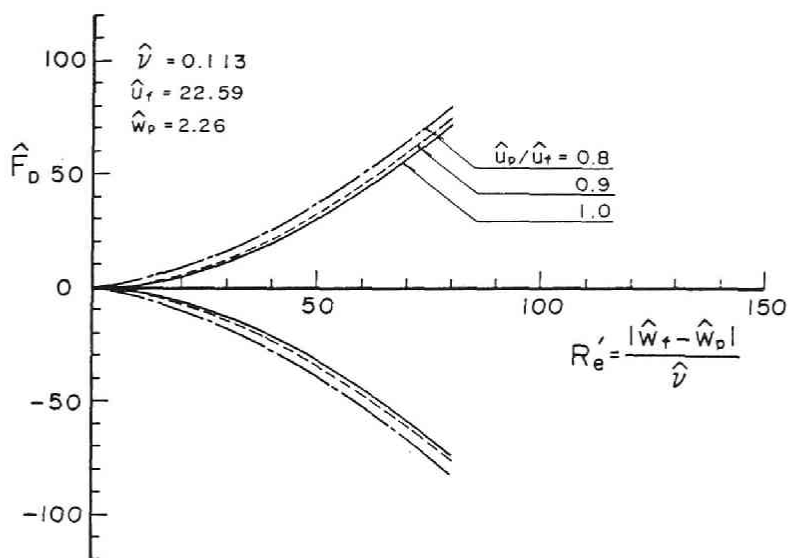
$$\hat{F}_L = \frac{\pi}{6} \frac{d \hat{w}_f}{d \hat{t}} \dots\dots\dots (3.12)$$

ここに, $R_e = \sqrt{(\hat{u}_f - \hat{u}_p)^2 + (\hat{w}_f - \hat{w}_p)^2} / \hat{\nu}$, $\hat{\nu} = \nu / \sqrt{g d^3}$ である。

\hat{F}_D は式(3.11)からわかるように, R_e が小さいときや $\hat{u}_p = \hat{u}_f$ のとき粒子と流体の鉛直方向の相対速度のみの関数となるが, R_e が大きくかつ $\hat{u}_p \approx \hat{u}_f$ のとき鉛直方向および流下方向の相対速度の関数となる。図3.2(a), (b), (c)は, \hat{u}_f , \hat{w}_p , $\hat{\nu}$ をそれぞれ図中に示した値に固定したときに, \hat{F}_D と $R'_e = |\hat{w}_f - \hat{w}_p| / \hat{\nu}$ の関係が \hat{u}_p / \hat{u}_f の値によってどのように変化するかを調べたものである。図3.2(a), (b)は, $d = 0.02$ cmとしたとき, それぞれ実験室規模($u_f = 15$ cm/sec, $w_p = 1$ cm/sec)および実河川規模($u_f = 100$ cm/sec, $w_p = 10$ cm/sec)の条件に対する計算結果に相当するものであり, また, 図3.2(c)は, $d = 0.14$ cmとしたとき, 第1章で行った粒子の浮遊運動の撮影条件に対する計算結果にほぼ相当する。これらの図より, 大きな R'_e のときでも \hat{u}_p と \hat{u}_f の差がそれ程大きくなければ, \hat{F}_D の値は $\hat{u}_p = \hat{u}_f$ において近似計算されることがわかる。

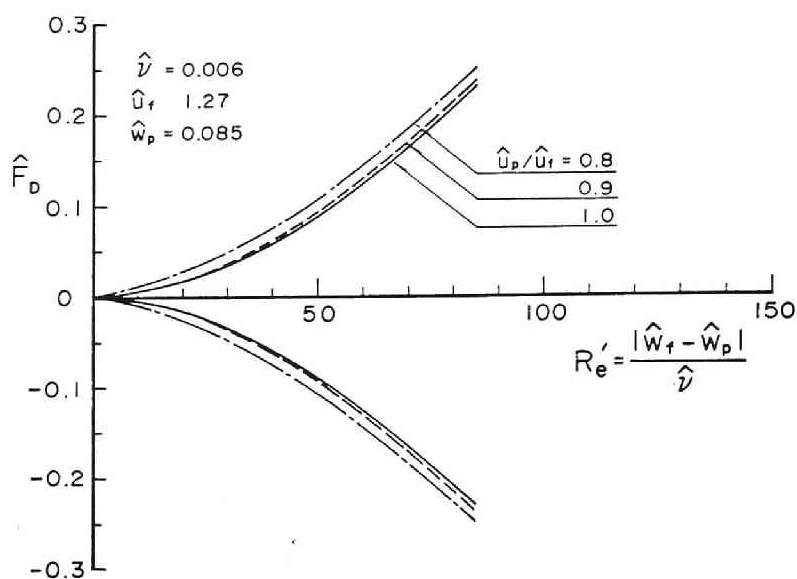


(a)



(b)

図 3.2 (a), (b) 粒子と流体との流下方向の相対速度をパラメータとしたときの流体力とレイノルズ数との関係



(c)

図 3.2 (c) 粒子と流体との流下方向の相対速度をパラメータとしたときの流体力とレイノルズ数との関係

そこで、本研究では解析を簡単にするために、 $\hat{u}_p \doteq \hat{u}_f$ とし、これより、 \hat{F}_D を次式のように表示する。

$$\hat{F}_D = \frac{\pi}{8} \left(2 + \frac{24 \hat{v}}{|\hat{w}_f - \hat{w}_p|} \right) |\hat{w}_f - \hat{w}_p| (\hat{w}_f - \hat{w}_p) \dots\dots\dots (3.13)$$

式 (3.10) ～ (3.13) を使って鉛直方向の粒子の速度 w_p および存在高さ z_p の時間変化について解析する。 $t = 0$ を F_{L0} が作用し終った時点とすると、 $t > 0$ では $F_L = 0$ とおけるので、式 (3.10) は次式となる。

$$\frac{d \hat{w}_p}{d \hat{t}} = \frac{6}{\pi} \frac{2}{2s + 3} \hat{F}_D - \frac{2s}{2s + 3} \dots\dots\dots (3.14)$$

式 (3.14) に式 (3.13) を代入すると、

$$\frac{d \hat{w}_p}{d \hat{t}} = A |\hat{w}_f - \hat{w}_p| (\hat{w}_f - \hat{w}_p) + B (\hat{w}_f - \hat{w}_p) + C \dots\dots\dots (3.15)$$

となる。ここに、 $A = 3 / (2s + 3)$ 、 $B = 36 \hat{v} / (2s + 3)$ 、 $C = -2s / (2s + 3)$ である。

ステップ i における \hat{w}_p と \hat{z}_p の時間変化は、ステップ i の初期条件 \hat{w}_{pi-1} および \hat{z}_{pi-1} と \hat{w}_f を

与えると式 (3.15) から解析的に次のように求められる。ただし、以下の式で、 $A_1 = A$ 、 $B_1 = -2A\hat{w}_f - B$ 、 $C_1 = A\hat{w}_f^2 + B\hat{w}_f + C$ 、 $p_1 = \sqrt{B_1^2 - 4A_1C_1}$ 、 $A_2 = -A$ 、 $B_2 = 2A\hat{w}_f - B$ 、 $C_2 = -A\hat{w}_f^2 + B\hat{w}_f + C$ 、 $p_2 = \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}$ 、 \hat{t} : ステップの経過時間の無次元量、 $\hat{w}_0 (= \sqrt{36\hat{v}^2 + 2/3s - 6\hat{v}})$: 粒子の沈降速度の無次元量とする。

(a) $\hat{w}_{pi-1} \leq \hat{w}_f$ の場合

(i) $\hat{w}_{pi-1} \geq (-B_1 - p_1) / 2A_1$ のとき ($\hat{w}_{pi-1} \geq \hat{w}_f - \hat{w}_0$ のとき)

$$\hat{w}_p(\hat{t}) = -\frac{B_1}{2A_1} + \frac{p_1}{2A_1} \frac{1 - e^{p_1(\hat{t} + D_1)}}{1 + e^{p_1(\hat{t} + D_1)}} \dots\dots\dots (3.16a)$$

$$\hat{z}_p(\hat{t}) = -\frac{B_1}{2A_1} \hat{t} + \frac{1}{2A_1} \ln \frac{e^{p_1(\hat{t} + D_1)}}{\{1 + e^{p_1(\hat{t} + D_1)}\}^2} + E_1 \dots\dots\dots (3.16b)$$

$$\text{ここに, } D_1 = \frac{1}{p_1} \ln \left| \frac{2A_1\hat{w}_{pi-1} + B_1 - p_1}{2A_1\hat{w}_{pi-1} + B_1 + p_1} \right|, \quad E_1 = \hat{z}_{pi-1} - \frac{1}{2A_1} \ln \frac{e^{p_1 D_1}}{(1 + e^{p_1 D_1})^2}$$

である。

(ii) $\hat{w}_{pi-1} < (-B_1 - p_1) / 2A_1$ のとき ($\hat{w}_{pi-1} < \hat{w}_f - \hat{w}_0$ のとき)

$$\hat{w}_p(\hat{t}) = -\frac{B_1}{2A_1} + \frac{p_1}{2A_1} \frac{1 + e^{p_1(\hat{t} + D_1)}}{1 - e^{p_1(\hat{t} + D_1)}} \dots\dots\dots (3.17a)$$

$$\hat{z}_p(\hat{t}) = -\frac{B_1}{2A_1} \hat{t} + \frac{1}{2A_1} \ln \frac{e^{p_1(\hat{t} + D_1)}}{\{1 - e^{p_1(\hat{t} + D_1)}\}^2} + E_1 \dots\dots\dots (3.17b)$$

$$\text{ここに, } D_1 = \frac{1}{p_1} \ln \left| \frac{2A_1\hat{w}_{pi-1} + B_1 - p_1}{2A_1\hat{w}_{pi-1} + B_1 + p_1} \right|, \quad E_1 = \hat{z}_{pi-1} - \frac{1}{2A_1} \ln \frac{e^{p_1 D_1}}{(1 - e^{p_1 D_1})^2}$$

である。

(b) $\hat{w}_{pi-1} > \hat{w}_f$ の場合

(i) $B_2^2 - 4A_2C_2 \geq 0$ のとき ($18^2\hat{v}^2 - 6s \geq 0$ のとき)

$$\hat{t} \geq \hat{t}_c = \frac{1}{p_2} \ln \frac{2A_2\hat{w}_f + B_2 - p_2}{2A_2\hat{w}_f + B_2 + p_2} - D_2 \text{ で } \hat{w}_p \leq \hat{w}_f \text{ となるので,}$$

$\hat{t}_c \geq \hat{t}_e - \hat{t}_*$ (ステップ1), $\hat{t}_c \geq \hat{t}_{em}$ (ステップ2以降) のとき

$$\hat{w}_p(\hat{t}) = -\frac{B_2}{2A_2} + \frac{p_2}{2A_2} \frac{1 + e^{p_2(\hat{t}+D_2)}}{1 - e^{p_2(\hat{t}+D_2)}} \dots (3.18a)$$

$$\hat{z}_p(\hat{t}) = -\frac{B_2}{2A_2} \hat{t} + \frac{1}{2A_2} \ln \frac{e^{p_2(\hat{t}+D_2)}}{\{1 - e^{p_2(\hat{t}+D_2)}\}^2} + E_2 \dots (3.18b)$$

$\hat{t}_c < \hat{t}_e - \hat{t}_*$ (ステップ1), $\hat{t}_c < \hat{t}_{em}$ (ステップ2以降) のとき

$$\hat{w}_p(\hat{t}) = -\frac{B_2}{2A_2} + \frac{p_2}{2A_2} \frac{1 + e^{p_2(\hat{t}+D_2)}}{1 - e^{p_2(\hat{t}+D_2)}} \quad (0 \leq \hat{t} \leq \hat{t}_c) \dots (3.19a)$$

$$\hat{z}_p(\hat{t}) = -\frac{B_2}{2A_2} \hat{t} + \frac{1}{2A_2} \ln \frac{e^{p_2(\hat{t}+D_2)}}{\{1 - e^{p_2(\hat{t}+D_2)}\}^2} + E_2 \quad (0 \leq \hat{t} \leq \hat{t}_c) \dots (3.19b)$$

$$\hat{w}_p(\hat{t}) = -\frac{B_1}{2A_1} + \frac{p_1}{2A_1} \frac{1 - e^{p_1(\hat{t}+D_1)}}{1 + e^{p_1(\hat{t}+D_1)}} \quad (\hat{t}_c < \hat{t}) \dots (3.19c)$$

$$\hat{z}_p(\hat{t}) = -\frac{B_1}{2A_1} \hat{t} + \frac{1}{2A_1} \ln \frac{e^{p_1(\hat{t}+D_1)}}{\{1 + e^{p_1(\hat{t}+D_1)}\}^2} + E_1 \quad (\hat{t}_c < \hat{t}) \dots (3.19d)$$

$$\text{ここに, } D_2 = \frac{1}{p_2} \ln \frac{2A_2 \hat{w}_{pi-1} + B_2 - p_2}{2A_2 \hat{w}_{pi-1} + B_2 + p_2}, \quad E_2 = \hat{z}_{pi-1} - \frac{1}{2A_2} \ln \frac{e^{p_2 D_2}}{(1 - e^{p_2 D_2})^2},$$

$$D_1 = \frac{1}{p_1} \ln \left| \frac{2A_1 \hat{w}_p(\hat{t}_c) + B_1 - p_1}{2A_1 \hat{w}_p(\hat{t}_c) + B_1 + p_1} \right| - \hat{t}_c, \quad E_1 = \hat{z}_p(\hat{t}_c) - \frac{1}{2A_1} \ln \frac{e^{p_1(\hat{t}_c+D_1)}}{\{1 + e^{p_1(\hat{t}_c+D_1)}\}^2}$$

$$+ \frac{B_1}{2A_1} \hat{t}_c, \quad \hat{t}_e = t_e / \sqrt{d/g}, \quad \hat{t}_{em} = t_{em} / \sqrt{d/g}, \quad \hat{t}_* = t_* / \sqrt{d/g} \quad \text{である。ただ}$$

し, D_1, E_1 の式中の $\hat{w}_p(\hat{t}_c), \hat{z}_p(\hat{t}_c)$ は式(3.19a), (3.19b) から計算される。

(ii) $B_2^2 - 4A_2 C_2 < 0$ のとき ($18^2 \hat{\nu}^2 - 6s < 0$ のとき)

$$t \geq t_c = \frac{2}{p_2} \arctan \frac{2A_2 \hat{w}_f + B_2}{p_2} - D_2 \quad \text{で } \hat{w}_p \leq \hat{w}_f \quad \text{となるので,}$$

$\hat{t}_c \geq \hat{t}_e - \hat{t}_*$ (ステップ1), $\hat{t}_c \geq \hat{t}_{em}$ (ステップ2以降) のとき

$$\widehat{w}_p(\widehat{t}) = \frac{p_2}{2 A_2} \tan \left\{ \frac{p_2}{2} (\widehat{t} + D_2) \right\} - \frac{B_2}{2 A_2} \dots\dots\dots (3.20 a)$$

$$\widehat{z}_p(\widehat{t}) = -\frac{B_2}{2 A_2} \widehat{t} - \frac{1}{A_2} \ln |\cos \left\{ \frac{p_2}{2} (\widehat{t} + D_2) \right\}| + E_2 \dots\dots\dots (3.20 b)$$

$\widehat{t}_c < \widehat{t}_e - \widehat{t}_*$ (ステップ 1), $\widehat{t}_c < \widehat{t}_{em}$ (ステップ 2 以降) のとき,

$$\widehat{w}_p(\widehat{t}) = \frac{p_2}{2 A_2} \tan \left\{ \frac{p_2}{2} (\widehat{t} + D_2) \right\} - \frac{B_2}{2 A_2} \quad (0 \leq \widehat{t} \leq \widehat{t}_c) \dots (3.21 a)$$

$$\widehat{z}_p(\widehat{t}) = -\frac{B_2}{2 A_2} \widehat{t} - \frac{1}{A_2} \ln |\cos \left\{ \frac{p_2}{2} (\widehat{t} + D_2) \right\}| + E_2 \quad (0 \leq \widehat{t} \leq \widehat{t}_c) \dots (3.21 b)$$

$$\widehat{w}_p(\widehat{t}) = -\frac{B_1}{2 A_1} + \frac{p_1}{2 A_1} \frac{1 - e^{p_1(\widehat{t} + D_1)}}{1 + e^{p_1(\widehat{t} + D_1)}} \quad (\widehat{t}_c \leq \widehat{t}) \dots (3.21 c)$$

$$\widehat{z}_p(\widehat{t}) = -\frac{B_1}{2 A_1} \widehat{t} + \frac{1}{2 A_1} \ln \frac{e^{p_1(\widehat{t} + D_1)}}{\{ 1 + e^{p_1(\widehat{t} + D_1)} \}^2} + E_1 \quad (\widehat{t}_c \leq \widehat{t}) \dots (3.21 d)$$

$$\text{ここに, } D_2 = \frac{2}{p_2} \arctan \frac{2 A_2 \widehat{w}_{p,i-1} + B_2}{p_2}, \quad E_2 = \widehat{z}_{p,i-1} + \frac{1}{A_2} \ln \left| \cos \frac{p_2 D_2}{2} \right|,$$

$$D_1 = \frac{1}{p_1} \ln \left| \frac{2 A_1 \widehat{w}_p(\widehat{t}_c) + B_1 - p_1}{2 A_1 \widehat{w}_p(\widehat{t}_c) + B_1 + p_1} \right| - t_c, \quad E_1 = z_p(t_c) - \frac{1}{2 A_1} \ln \frac{e^{p_1(\widehat{t}_c + D_1)}}{\{ 1 + e^{p_1(\widehat{t}_c + D_1)} \}^2}$$

$$+ \frac{B_1}{2 A_1} \widehat{t}_c \text{ である。ただし, } D_1, E_1 \text{ の中の } \widehat{w}_p(\widehat{t}_c), \widehat{z}_p(\widehat{t}_c) \text{ は式 (3.21 a), (3.21 b) か}$$

ら計算される。

このように, 式 (3.15) の解は与えられた条件によって場合分けして算定する必要があり, あとの解析における簡便さを考えて, ステップ i の粒子の w_p と z_p の時間変化の一般形を次式のように表示する。

$$\widehat{w}_p(\widehat{t}) = F_i(\widehat{w}_{p,i-1}, \widehat{w}_f, \widehat{t}) \dots\dots\dots (3.22 a)$$

$$\hat{z}_p(\hat{t}) = G_i(\hat{w}_{pi-1}, \hat{z}_{pi-1}, \hat{w}_f, \hat{t}) \dots\dots\dots (3.22b)$$

ここに、 F_i 、 G_i ：括弧内の変数の関数である。上式で、ステップ1では $0 \leq \hat{t} \leq \hat{t}_e - \hat{t}_*$ 、 $\hat{w}_f = \hat{w}_{fe}$ 、ステップ2以降では $0 \leq \hat{t} \leq \hat{t}_{em}$ である。

次に、流下方向の粒子の速度 u_p は鉛直方向の速度の解析と同様に式(3.1)から検討できるが、 u_p は粒子の存在高さの平均流速で十分近似できる。しかし、河床から浮上した粒子の浮上後の平均流下速度は、粒子の軌跡に依存して決まるので、同一の時間、同一の場所から浮上する粒子でも軌跡によって流下方向の移動距離が異なることになり、後述の浮遊運動の確率的解析においてステップレングスの分布の算定が極めて複雑になる。そこで、河床から浮上して T 時間経過するまでの流下方向の平均移動速度、($t = 0$ から $t = T$ までの時間平均速度)を軌跡によらず一定値 $u_p(T)$ とし、それを粒子が通ってきた平均的な高さ $z = z_{pmT}$ における平均流速で近似する。流速分布が対数則に従うとすると、

$$\frac{\hat{u}_p(\hat{T})}{\hat{u}_*} = 8.5 + 5.75 \log \frac{\hat{z}_{pmT}}{\hat{k}_s} \dots\dots\dots (3.23)$$

ここに、 $\hat{u}_p = u_p / \sqrt{g d}$ 、 $\hat{u}_* = u_* / \sqrt{g d}$ 、 $\hat{T} = T / \sqrt{d/g}$ 、 $\hat{z}_{pmT} = z_{pmT}/d$ 、 $\hat{k}_s = k_s/d$ であり、 k_s ：相当粗度の高さである。 \hat{z}_{pmT} の算定法は次項で述べる。

3.2.3 粒子の浮遊運動の確率的解析

3.2.2 で検討した粒子の浮遊運動に関する基礎式を、揚圧力 F_{L0} 、 F_{L0} の発生に伴って生じる上昇流の上昇速度 w_{fe} 、乱れ速度 w_f の確率分布を考慮して解析する。まず、鉛直方向の粒子の運動を計算するときの初期条件や F_{L0} 、 w_{fe} 、 w_f の条件について説明する。

ステップ1における \hat{z}_p の初期値 \hat{z}_{p0} は、 \hat{F}_{L0} が作用する厚さ $\hat{\Delta}$ ($= \Delta/d$) に相当するが、図1.26に示す $\hat{\Delta}$ に関する結果より $\hat{z}_{p0} = 0.5$ とする。また、 \hat{w}_p の初期値 \hat{w}_{p0} は次の力積方程式から計算される。

$$\frac{\pi}{6} (s+1) \hat{w}_{p0} = (\hat{F}_{L0} - \hat{G}) \cdot \hat{t}_* \dots\dots\dots (3.24)$$

ここに、 $\hat{t}_* = t_* / \sqrt{d/g}$ であり、 t_* は F_{L0} の作用時間である。粒子の鉛直方向の速度が0から w_{p0} まで増加するとき、 w_p の平均値を $0.5 w_{p0}$ とすると、 \hat{t}_* は次式で与えられる。

$$\hat{t}_* = 1 / \hat{w}_{p0} \dots\dots\dots (3.25)$$

式(3.24)、(3.25)より、 \hat{w}_{p0} は次式となる。

$$\hat{w}_{p0} = \sqrt{\frac{6}{\pi} \frac{1}{s+1} (\hat{F}_{L0} - \hat{G})} \dots\dots\dots (3.26)$$

\hat{F}_{L0} の確率分布は 2.3.1 で検討したように、平均 0、標準偏差 $\hat{F}_{L0}' = c k^2 \hat{u}_*^2$ の正規分布で近似すると、

$$\hat{f}_{F_{L0}}(\hat{F}_{L0}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \hat{F}_{L0}'} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{\hat{F}_{L0}}{\hat{F}_{L0}'} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (3.27)$$

式 (3.26)、(3.27) より、 \hat{w}_{p0} の条件付 ($\hat{w}_{p0} > 0$) 確率分布は次式ようになる。

$$\hat{f}_{w_{p0}}(\hat{w}_{p0}) = \frac{\sqrt{\pi(s+1)}}{3\sqrt{2} \hat{F}_{L0}'} \hat{w}_{p0} \exp \left[-\frac{1}{2} \left\{ \frac{\frac{\pi}{6}(s+1) \hat{w}_{p0}^2 + \hat{G}}{\hat{F}_{L0}'} \right\}^2 \right] /$$

$$\int_{\hat{G}}^{\infty} \hat{f}_{F_{L0}}(\hat{F}_{L0}) d\hat{F}_{L0} \dots\dots\dots (3.28)$$

次に、ステップ 1 において粒子に作用する上昇流速 \hat{w}_{fe} は \hat{F}_{L0} と相互に関連し合ったものであり式 (3.7) のような関係で結び付けられるが、これを使って \hat{F}_{L0} から \hat{w}_{fe} を求めることは困難である。そこで、生起確率の等しい \hat{F}_{L0} と \hat{w}_{fe} が対応するものとする。 \hat{w}_{fe} は鉛直方向の乱れ速度 \hat{w}_f の正の領域に相当すると考えられるので、 \hat{w}_f が粗面河床付近で平均 0、標準偏差 \hat{u}_* の正規分布に従うものとする、 \hat{w}_{fe} は次式で求められる。

$$\frac{\hat{w}_{fe}}{\hat{u}_*} = \frac{\hat{F}_{L0}}{c k^2 \hat{u}_*^2} \dots\dots\dots (3.29)$$

\hat{w}_{fe} の作用時間の無次元量 \hat{t}_{e1} は、 $\hat{t}_e = \hat{T}_{el} (= T_{el} / \sqrt{d/g})$ とすると、式 (1.1)、(1.3)、(3.25) より、

$$\hat{t}_{e1} (= \hat{t}_e - \hat{t}_*) = a \frac{\hat{h}}{\hat{u}_*} \cdot \frac{\hat{w}_{fe}}{\hat{u}_*} - \frac{1}{\hat{w}_{p0}} \dots\dots\dots (3.30)$$

ここに、 $a = (c_1 c_3 / c_2^2) \cdot \kappa \hat{z}_L / \hat{h}$ 、 $\hat{z}_L = z_L / d$ 、 $\hat{h} = h / d$ であり、1.2.4 で検討したように、 $c_1 = 0.5$ 、 $c_2 = 0.67$ 、 $c_3 = 1.0$ 、 $\hat{z}_L / \hat{h} = 0.14$ とおく。

ステップ 2 以降では、式 (3.15) の初期条件は、 \hat{z}_p については前ステップ終了時の \hat{z}_p の確率分布を、 \hat{w}_p については前ステップ終了時の \hat{w}_p の平均値を用いる。また、粒子に作用する乱れ速度の無次元量 \hat{w}_f の確率分布は次式のような平均 0、標準偏差 \hat{u}_* の正規分布とする。

$$\hat{f}_{w_f}(\hat{w}_f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \hat{u}_*} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{\hat{w}_f}{\hat{u}_*} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (3.31)$$

\hat{w}_f の作用時間、すなわち時間ステップ間隔 \hat{t}_{em} はステップ 2 以降では一定値とし、浮遊粒子の平均存在高さ $\hat{z}_p = \hat{z}_{pm}$ における乱れの平均継続時間とする。したがって、 \hat{t}_{em} を求めるために

は任意の高さにおける乱れの平均継続時間の算定式を提示しておく必要がある。いま、河床付近の上昇流速とその継続時間の関係式（式（1.1），（1.3））が任意の高さにも適用できるものと仮定すると、

$$\frac{\hat{T}_{el} \hat{u}_*}{\hat{h}} = \frac{c_1 c_3}{c_2^2} \frac{\kappa \hat{z}}{\hat{h}} \frac{|\hat{w}_f|}{\hat{u}_*} \dots\dots\dots (3.32)$$

となる。 $|\hat{w}_f|$ の平均値は 1.2 で示したとおり、 $c_2 \hat{u}_*$ であるので、 \hat{T}_{el} の平均値は、 $(c_1 c_3 / c_2) \kappa (\hat{z} / \hat{h}) \hat{h} / \hat{u}_*$ となる。したがって、 \hat{t}_{em} は次式で算定される。

$$\hat{t}_{em} = \frac{c_1 c_3}{c_2} \kappa \eta_s \frac{\hat{h}}{\hat{u}_*} \dots\dots\dots (3.33)$$

ここに、 $\eta_s = \hat{z}_{pm} / \hat{h}$ である。ただし、 \hat{z}_{pm} は粒子の浮遊運動の解析結果より得られるものであるので、 \hat{t}_{em} は厳密には繰返し計算より求めなければならない。

ここで、 \hat{t}_{em} に関して従来の研究でどのように扱っているかについて整理し、本研究のものと比較する。

Yalin,¹¹⁾ Yalin・Krishnappan³⁾ は水深を N 個の区間に分割したとき粒子の 1 ステップの鉛直方向の移動距離が 99.994 % 以上の確率で $2(h/N)$ に収まるように時間ステップを定義した。その結果、 $N=20$ として、

$$\hat{t}_{em} = 0.0875 \frac{\hat{h}}{\hat{u}_*} \dots\dots\dots (3.34)$$

を得ている。

吉川・石川⁶⁾ は、粒子の拡散係数 ε_s が $w_f'^2 t_{em} / 2$ と表わされることと、渦動粘性係数の平均値が $\varepsilon_m = (\kappa / 6) u_* h$ となること、さらに、一般に ε_s は ε_m の約 1.2 倍であることを使って、

$$\hat{t}_{em} = 0.4 \kappa \frac{\hat{u}_* \hat{h}}{\hat{w}_f'^2} \dots\dots\dots (3.35)$$

としている。ここに、 w_f' ：鉛直方向の乱れ強度であり、 $w_f' = c' u_*$ とおくと、次式のように変形される。

$$\hat{t}_{em} = \frac{0.4}{c'^2} \kappa \frac{\hat{h}}{\hat{u}_*} \dots\dots\dots (3.36)$$

式（3.33），（3.34），（3.36）を比べるとどの式でも \hat{t}_{em} が \hat{h} / \hat{u}_* の関数となっている。これは Yalin ら³⁾ が指摘しているように、 \hat{h} と \hat{u}_* がそれぞれの流れのスケールと乱れ速度の大きさを規定するものであり妥当な結果と言える。また、 $\hat{t}_{em} \hat{u}_* / \hat{h}$ の値は、 $\kappa = 0.4$ 、 $c_1 = 0.5$ 、 $c_2 = 0.67$

$c_3 = 1.0$, $c' = 1.0$ とすると, 本理論で $0.3 \eta_s$, Yalin らの理論で 0.0875 , 吉川らの理論で 0.16 であり, 本理論では浮遊粒子の無次元平均存在高さ η_s の関数となっている点が他の理論と異なる。混合距離理論によると, 乱れの空間スケールは河床に近いほど小さいと考えられるが, 本理論ではその事が考慮されており, 平均的に高い位置を粒子が運動するときほど t_{em} は大きい値となる。浮遊砂濃度が鉛直方向に一様になると η_s は 0.5 に近づき, 本理論と吉川らの理論では t_{em} の値は大体一致するが, Yalin らの理論では両者のものより小さい値となる。Yalin らの提示式は, 乱れの時間スケールから導かれたものでなく, 水深の分割数 N に依存する。すなわち, N が大きくなると t_{em} は小さくなるが, このように考えると t_{em} の乱れの特性量としての意味があいまいになると思われる。

以上より, $\hat{t} = 0$ に河床を離脱した粒子が任意の時刻 $\hat{t} = \hat{T}$ に存在する高さの確率分布 $\hat{f}(\hat{z}_p, \hat{T})$, 飛行時間の確率分布 $\hat{f}_{t_s}(\hat{t}_s)$ およびステップレングスの確率分布 $\hat{f}_{x_p}(\hat{X}_p)$ が次のように解析できる。まず, ステップ 1 で $\hat{z} = \hat{z}_{p1}$ に浮上する粒子の $\hat{t} = \hat{T}$ における粒子の存在高さ \hat{z}_p の確率分布 $h(\hat{z}_p, \hat{T} | \hat{z}_{p1})$ について検討する。(図 3.3 参照)

いま, ステップ i 終了時に $\hat{w}_p = \hat{w}_{pi}$ の速度で $\hat{z} = \hat{z}_{pi}$ の高さに存在する粒子が $\hat{\tau}$ 時間後に存在する高さの確率分布を $\eta(\hat{z}_p, \hat{\tau} | \hat{w}_{pi}, \hat{z}_{pi})$ と定義すると, η は式 (3.22b), (3.31) より次式のように表示される。

$$\eta(\hat{z}_p, \hat{\tau} | \hat{w}_{pi}, \hat{z}_{pi}) = \hat{w}_f(\hat{w}_f) d\hat{w}_f / dG_{i+1}(\hat{w}_{pi}, \hat{z}_{pi}),$$

$$\hat{w}_f, \hat{\tau}) \dots\dots\dots (3.37)$$

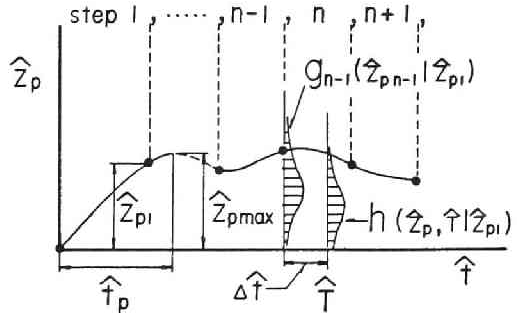


図 3.3 記号説明図

これより, ステップ $(i+1)$ 終了時の粒子の存在高さ \hat{z}_{pi+1} の条件付確率分布 $g_{i+1}(\hat{z}_{pi+1} | \hat{z}_{p1})$ は次のような漸化式から計算される。

$$g_{i+1}(\hat{z}_{pi+1} | \hat{z}_{p1}) = \int_0^{\hat{h}} g_i(\hat{z}_{pi} | \hat{z}_{p1}) \eta(\hat{z}_{pi+1}, \hat{t}_{em} | \hat{w}_{pi}, \hat{z}_{pi}) d\hat{z}_{pi}$$

$$(i = 2, 3, \dots\dots\dots) \dots\dots\dots (3.38)$$

ただし, $g_2(\hat{z}_{p2} | \hat{z}_{p1}) = \eta(\hat{z}_{p2}, \hat{t}_{em} | \hat{w}_{p1}, \hat{z}_{p1})$ である。 \hat{w}_{pi} は次式で計算される。

$$\hat{w}_{pi} = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{w}_p \hat{f}_{w_f}(\hat{w}_f) \frac{d\hat{w}_f}{dF_i(\hat{w}_{pi-1}, \hat{w}_f, \hat{t}_{em})} d\hat{w}_p \dots\dots\dots (3.39)$$

時刻 $\hat{t} = \hat{T}$ に粒子がステップ n の運動過程にあるとすれば, $h(\hat{z}_p, \hat{T} | \hat{z}_{p1})$ は次式となる。

$$h(\hat{z}_p, \hat{T} | \hat{z}_{p1}) = \begin{cases} \int_0^{\hat{h}} g_{n-1}(\hat{z}_{pn-1} | \hat{z}_{p1}) \eta(\hat{z}_p, \Delta \hat{t} | \hat{w}_{pn-1}, \hat{z}_{pn-1}) d\hat{z}_{pn-1} & (n > 1) \\ \delta(\hat{z} - \hat{z}_p(\hat{T})) & (n = 1) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (3.40)$$

ここに、 δ ：ディラックのデルタ関数、 $\hat{z}_p(\hat{T})$ は、 $\hat{z}_p(\hat{t}_e - \hat{t}_*) = \hat{z}_{p1}$ となるときの関数 G_1 、 $\Delta \hat{t}$ ：時刻 $\hat{t} = \hat{T}$ とステップ $n - 1$ の終了時刻との差である。

ついで、ステップ 1 の浮上高さ \hat{z}_{p1} の確率分布 $\xi(\hat{z}_{p1})$ は式 (3.22b) と \hat{w}_{fe} の確率分布 \hat{f}_{wfe} (\hat{w}_{fe}) から次式のようになる。

$$\xi(\hat{z}_{p1}) = \hat{f}_{wfe}(\hat{w}_{fe}) \frac{d\hat{w}_{fe}}{dG_1(\hat{w}_{p0}, \hat{z}_{p0}, \hat{w}_{fe}, \hat{t}_e)} \quad \dots\dots\dots (3.41)$$

$\hat{f}_{wfe}(\hat{w}_{fe})$ は \hat{w}_f の条件付 ($\hat{w}_f > 0$) 確率分布に等しいものとする、

$$\hat{f}_{wfe}(\hat{w}_{fe}) = \frac{2}{\sqrt{2\pi} \hat{u}_*} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{\hat{w}_{fe}}{\hat{u}_*} \right)^2 \right\} \quad \dots\dots\dots (3.42)$$

となる。

したがって、これらの関係式より $\hat{t} = \hat{T}$ における存在高さの確率分布は次式のように表示される。

$$\hat{f}(\hat{z}_p, \hat{T}) = \int_0^{\hat{h}} h(\hat{z}_p, \hat{T} | \hat{z}_{p1}) \xi(\hat{z}_{p1}) d\hat{z}_{p1} \quad \dots\dots\dots (3.43)$$

また、式 (3.43) より浮遊粒子の飛行時間の確率分布は、

$$\hat{f}_{ts}(\hat{t}_s) = \int_0^{\hat{h}} \frac{d\hat{f}(\hat{z}_p, \hat{T})}{d\hat{t}_s} d\hat{z}_p \quad \dots\dots\dots (3.44)$$

となる。

つぎに、浮遊粒子のステップレングスの確率分布について検討する。粒子が河床を浮上してから \hat{T} 時間経過するまでの平均流下速度は式 (3.23) で表わされる。式中の \hat{z}_{pmT} は、 $\hat{t} = \hat{T}$ における粒子の平均存在高さを \hat{z}_{pm0} とし、 $\hat{t} = \hat{T}$ に浮遊状態にある粒子が、平均的に $\hat{z}_0 = \hat{z}_{pm0} + \hat{w}_0 \hat{T}$ の位置から沈降してくるものとすれば、

$$\hat{z}_{pmT} = \frac{\hat{z}_{pm0} + \hat{z}_0}{2} \quad \dots\dots\dots (3.45)$$

とおける。ただし、 $(\hat{z}_{pm0} + \hat{z}_0)/2 > \hat{h}$ のときは $\hat{z}_{pmT} = \hat{h}$ とする。 \hat{z}_{pm0} は $\hat{f}(\hat{z}_p, \hat{T})$ より次式で計算される。

$$\hat{z}_{pm0} = \int_0^{\hat{h}} \hat{z}_p \hat{f}(\hat{z}_p, \hat{T}) d\hat{z}_p / \int_0^{\hat{h}} \hat{f}(\hat{z}_p, \hat{T}) d\hat{z}_p \dots\dots\dots (3.46)$$

これより、流下方向の粒子の移動距離 X_p は、

$$\hat{X}_p = \hat{u}_p(\hat{T}) \cdot \hat{T} \dots\dots\dots (3.47)$$

で表わされる。ここに、 $\hat{X}_p = X_p / d$ である。

式(3.44)、(3.47)より、浮遊粒子のステップレングスの確率分布は次式で表示される。

$$\hat{f}_{X_p}(\hat{X}_p) = \hat{f}_{t_s}(\hat{T}) \frac{d\hat{T}}{d\hat{X}_p} \dots\dots\dots (3.48)$$

以上の諸式より、 σ/ρ 、 $\tau_*(=u_*^2/s)$ 、 \hat{h} 、 \hat{U} 、 $\hat{\nu}$ 、 c 、 k などをパラメータとして浮遊粒子の運動特性量の確率分布が計算できる。

3.3 粒子の浮遊運動特性⁹⁾

3.3.1 乱れに対する粒子の応答性

前節では乱れ速度に対する粒子の速度の応答性が悪い場合についても対処できるように、鉛直方向の粒子の運動を運動方程式を用いて解析した。本項では、 $w_p = w_{p0}$ の粒子に乱れ速度 w_f が作用したとき、 w_p が w_f に対してどのように応答するかについて検討する。

図3.4は、一定の w_f に対する w_p の応答性を $\sigma/\rho = 2.65$ で $d = 0.2$ mm、0.5 mm および 1 mm の粒子と $\sigma/\rho = 1.05$ で $d = 14$ mm の粒子について調べるために、式(3.14)を使って、 $w_f = 0$ cm/sec、 $\nu = 0.01$ cm²/sec の条件に対してそれぞれの粒子の w_p の時間変化を例示的に計算したものである。ただし、 w_p の初期条件は $w_p = 10$ cm/sec としている。乱れの平均継続時間 t_{em} はほぼ $t_{em} u_* / h \approx 0.1$ で表わされるとすると、実河川の流れの規模の条件、たとえば $u_* = 20$ cm/sec、 $h = 100$ cm では $t_{em} = 0.5$ sec、実験水路の流れの規模の条件、たとえば $u_* = 5$ cm/sec、 $h = 5$ cm では $t_{em} = 0.1$ sec となるので、この計算条件の場合、浮遊砂量の算定問題で対象になるような小粒径の細砂やシルトでは、 t_{em} に比べて非常に小さい時間で w_p は $w_f - w_0$ に近づくことがわかる。また、河床粒子の浮遊機構の実験に用いた $\sigma/\rho = 1.05$ 、 $d = 142$ mm のポリスチレン粒子では $w_p - w_0$ になるまでの時間は t_{em} に比べて無視できないために、浮遊運動の解析には式(3.14)を直接解く必要がある。粒径が小さくかつ比重が1に近づくほど、すなわち式(3.14)の右辺の値が大きくなるほど粒子の浮遊運動の乱れに対する追従性は良好であると考えられ、必ずしも式(3.14)から w_p を求める必要はないが、たとえば比重が1に近くても粒径が大きい場合、式(3.14)から w_p の時間変化を算定しなければならない。

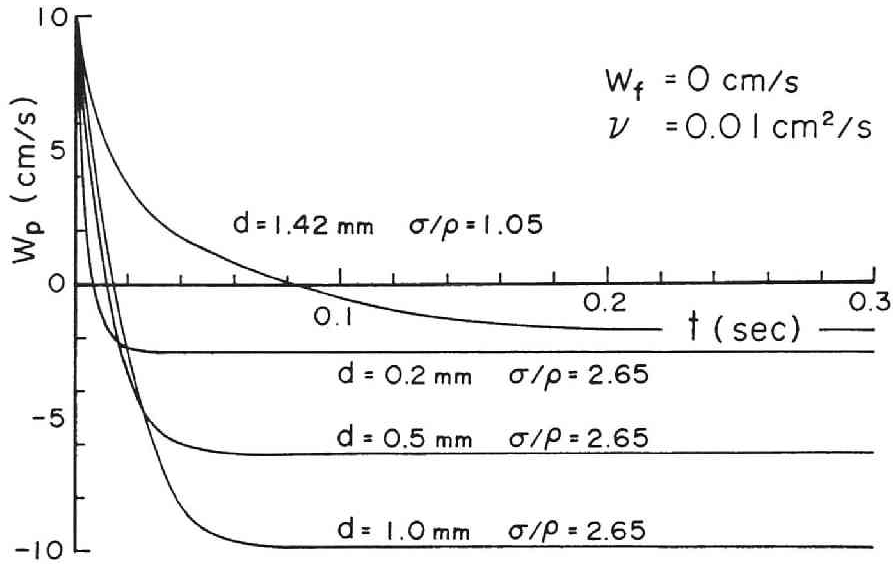
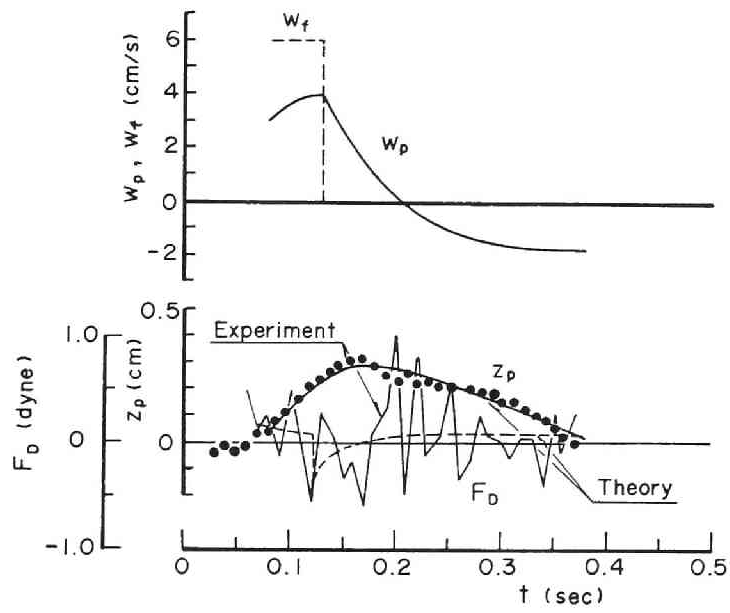


図 3.4 静水中における粒子の鉛直方向の速度の時間変化特性

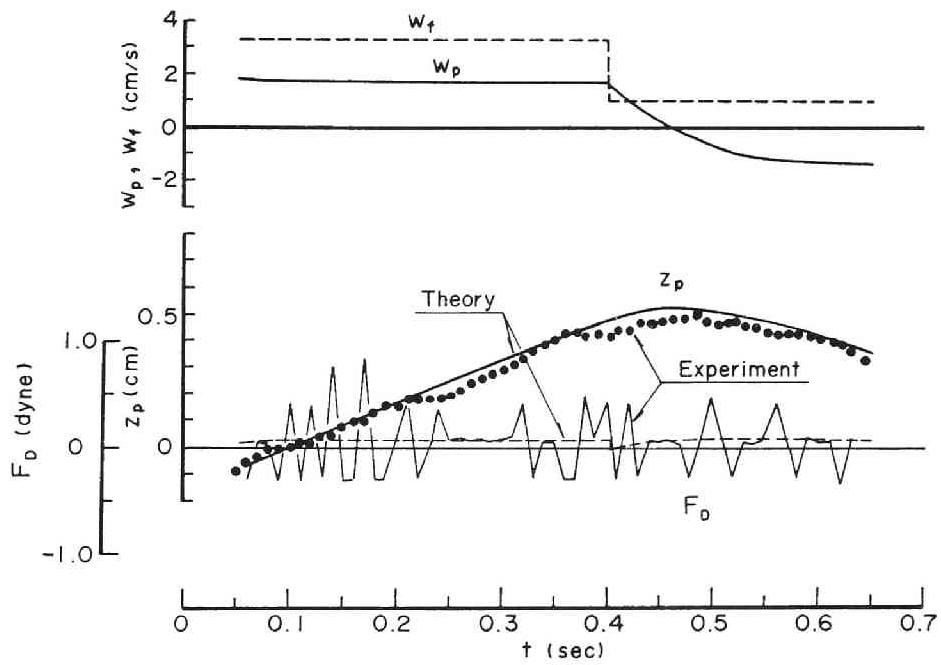
3.3.2 浮遊粒子の軌跡のシミュレーション

前節で提示した浮遊粒子の存在高さやステップレングスの確率分布の計算法は、粒子の個々の軌跡を詳細に解析した結果に基づいているので、それらの予測精度は軌跡の計算精度に依っているとんでも過言でない。そこで、浮遊粒子の軌跡の実験値と理論値の比較を行ない、軌跡の計算法の妥当性について検証する。ここでは、粒子の運動方程式を用いた解析によって粒子の軌跡がどの程度模擬できるかについて検討することが主目的であるので、軌跡の実測値と計算値が十分適合するように、粒子の初速度、鉛直方向の乱れ速度およびその継続時間を妥当な範囲内で適当に与えるものとする。

図 3.5 (a), (b), (c) は、1.3.1 で述べた河床付近の流れと粒子の浮遊運動との関連性に関する実験で得られたポリスチレン粒子の軌跡とそれをシミュレートした結果を示したものである。図中には、鉛直方向の乱れ速度 w_f の計算条件、鉛直方向の粒子の速度 w_p の初期条件、 w_p の時間変化の計算値、実測の軌跡から逆算した粒子に作用する鉛直方向の流体力 F_D の時間変化と F_D の計算値も示されている。計算に用いた w_f とその継続時間 t_{em} の値はそれぞれ $0 < |w_f|/u_* < 3.9$, $0.03 < u_* t_{em} / h < 0.19$ であり、 w_f が標準偏差 u_* の正規分布にはば従って発生することと式 (3.33) で $0 \leq \eta_s \leq 0.5$ であることを考慮すると、これらの値は妥当な値である。これらの図から、計算条件を適切に与えれば、前節の理論から浮遊粒子の運動軌跡が十分的確に再現しうることがわかり、式 (3.16) ~ (3.21) の w_p や z_p についての解析解の妥当性が示唆される。



(a)



(b)

図 3.5 (a), (b) 浮遊粒子の軌跡についてのシミュレーション

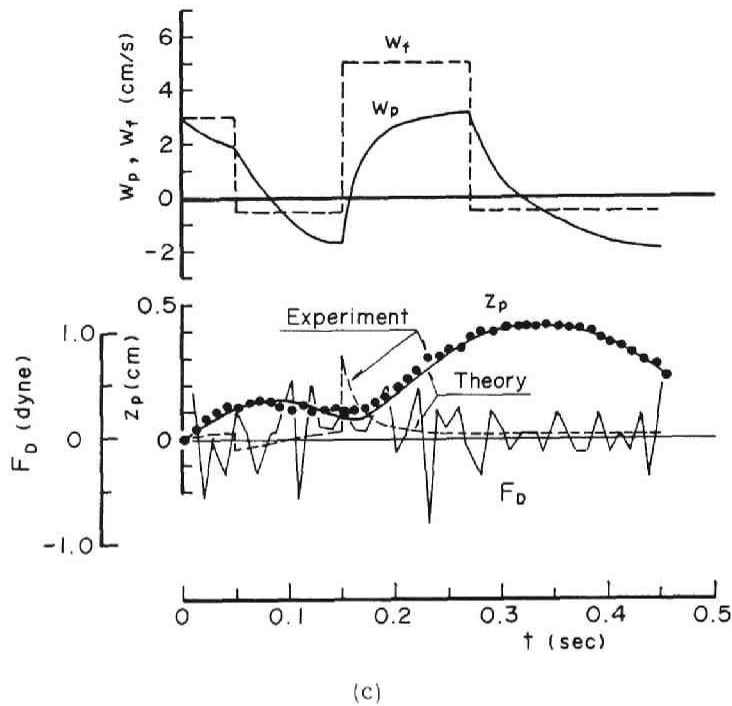


図 3.5 (c) 浮遊粒子の軌跡についてのシミュレーション

なお、これらの図からも、本実験で用いたようなポリスチレン粒子では、3.3.1で指摘したように、 w_f が変化したときに w_p は急速に $w_f - w_0$ に近づくことはないことがわかり、たとえば $w_p = w_f - w_0$ と近似した解析法では軌跡にかなりの計算誤差が生じるものと思われる。

3.3.3 河床からの鉛直方向の初期浮上速度

河床粒子の鉛直方向の初期浮上速度（ステップ1の w_p に関する初期値）の無次元量 w_{p0} の確率分布は、 σ / ρ 、 τ_* 、 c 、 k をパラメータとして式(3.28)から計算される。ここに、 k ：粒子の回わりに存在する礫による遮蔽効果を表わす係数、 c ：揚圧力係数、 τ_* ：無次元せん断応力であり、 c や k については2.3.2で詳述している。

図3.6は w_{p0} について1.3.1の実験から求めた結果と、 $ck^2 = 2.0$ としたときの式(3.28)による理論結果を示したものである。解析の都合上、 w_{p0} の値の小さいデータが不足しているようであるが、理論値は実験値とはほぼ適合していると見なせる。

図3.7は \hat{w}_{p0} の平均値 $\hat{\bar{w}}_{p0}$ と τ_* の関係を $ck^2 = 2.0$ の条件のもとで σ / ρ をパラメータとして示したものである。図中には、図3.6の実験値から求めた $\hat{\bar{w}}_{p0}$ および岸・福岡¹²⁾の実験値が示されており、また参考のために板倉・岸の理論式¹³⁾も描かれている。板倉・岸の理論でも本理論と同様に揚力とその作用時間から力積方程式を使って w_{p0} を求めているが、作用時間を $t_* = \alpha_* d / u_*$ としている点と揚力の確率分布を平均 $\phi_s(\sigma - \rho) g d^3 \tau_*$ 、標準偏差 $(\eta_0 / \sqrt{2}) \phi_s(\sigma - \rho) g d^3 \tau_*$ の正規分布としている点が本理論と異なる。ここに、 $\alpha_* = 0.14$ 、 $\phi_s = 7.32$ 、 $\eta_0 = 0.5$

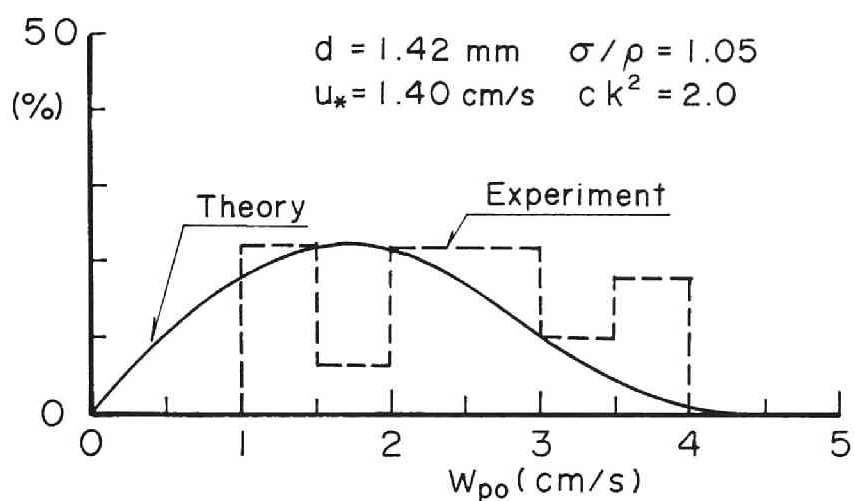


図 3.6 河床粒子の鉛直方向の初速度の頻度分布

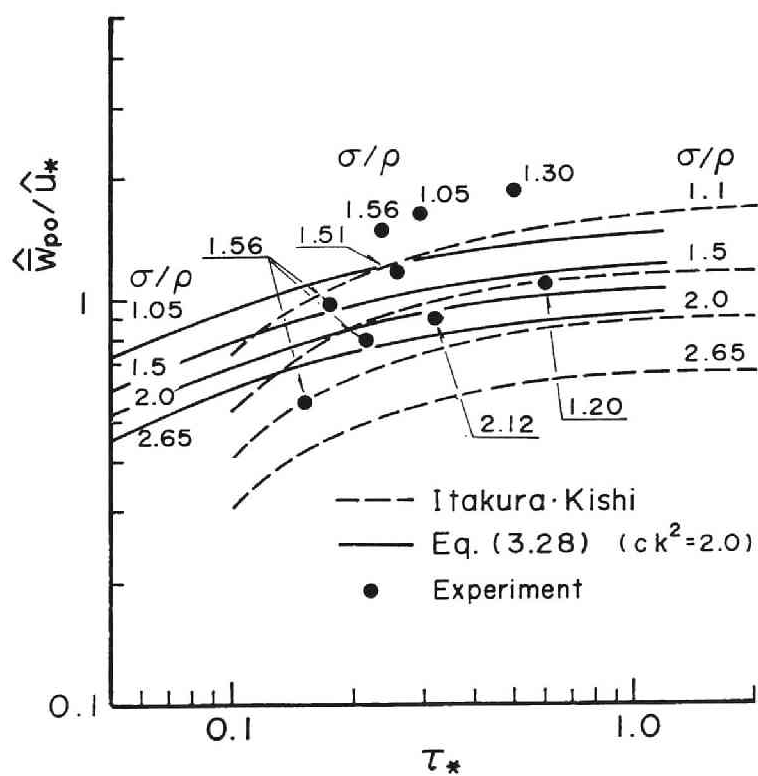


図 3.7 粒子の鉛直方向の平均初速度の無次元掃流力による変化

である。したがって、両者の理論で w_{p0} の平均値や確率分布は異なるが、図 3.7 に示す範囲では大きな相異は見られない。しかし、本理論では揚圧力に及ぼす河床条件の影響が考慮されており、粗面、滑面に対しても一様砂、混合砂に対しても本理論は適用できる。実験値のばらつきが大きくて、理論値の適合性については明言できないが、理論値は実験値の傾向をある程度表わしている。

3.3.4 浮遊粒子の鉛直方向の分散過程とステップレングスの分布

3.2 で提示した浮遊粒子の確率的解析法の妥当性を検証するために、浮遊粒子の鉛直方向の分散過程とステップレングスについて実験値と理論値の比較を行なう。実験値はすべて、1.3.1 で示したポリスチレン粒子を用いた実験による。

まず、離脱過程（ステップ 1）の最大浮上高さ z_{pmax} と離脱してから z_{pmax} に至るまでの時間 t_p の確率分布について検討する。（図 3.3 参照）ただし、 z_{pmax} の実験値は正確にはわからない（粒子の慣性のためステップ 1 終了時刻を判断することが難しい）ので、河床から浮上して最初に沈降し始めるときの粒子の存在位置を z_{pmax} と定義する。理論値の方もそれに準じて、ステップ 1 以降、 $w_f = 0$ として粒子の最大浮上高さを算定し z_{pmax} とする。図 3.8、図 3.9 は、 z_{pmax} および t_p の無次元量 $\hat{z}_{pmax} (= z_{pmax} / d)$ および $\hat{t}_p (= t_p / \sqrt{d / g})$ の確率分布の実験値と理論値を比較したものである。水理条件や材料条件が一通りなので、明確には言えないが、本理論値は実験値と十分な精度で適合している。

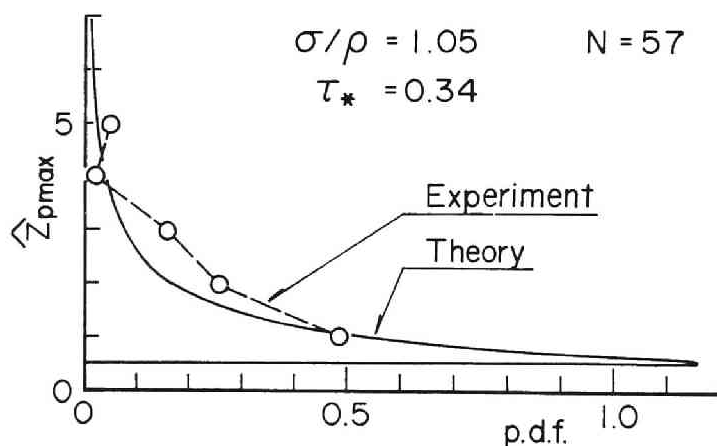


図 3.8 離脱過程の最大浮上高さの確率密度分布

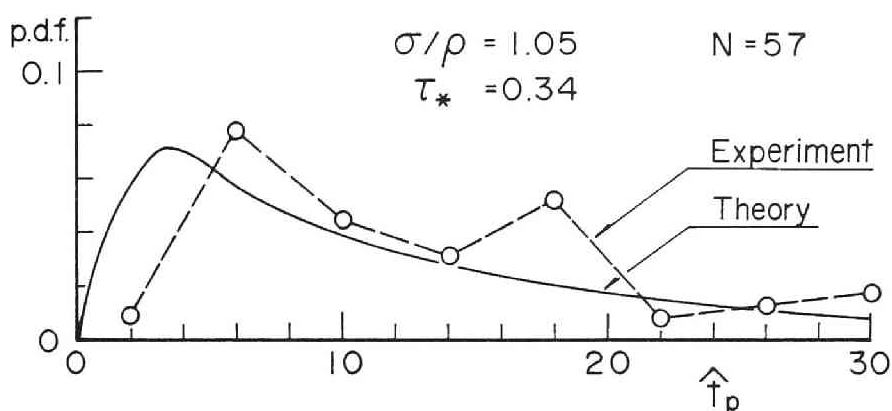


図 3.9 浮上開始から離脱過程の最大浮上高さに至るまでの時間の確率密度分布

次に、河床粒子が浮上した後の任意の時刻における粒子の存在高さの確率分布 $\hat{f}(\hat{z}_p, \hat{T})$ の実験値と理論値を図 3.10 に示す。ただし、式 (3.33) 中の η_s の値は 0.17 としたが、この値は図 3.10 の計算値よりほぼ妥当な値である。同図には浮遊粒子の飛行時間の確率分布 $\hat{f}_{t_s}(\hat{t}_s)$ の理論値と実験値も示している。 $\hat{f}(\hat{z}_p, \hat{T})$ や $\hat{f}_{t_s}(\hat{t}_s)$ について実験値と理論値の適合性は良好であり、河床から浮上した粒子が鉛直方向に分散する過程が本モデルによって十分な精度でシミュレートできる。

図 3.11 は、浮遊粒子のステップレングスの超過確率の実験値と理論値を比較したものである。流下方向の粒子運動は本理論ではむしろ一様として扱っているが、理論値は実験値とよく適合している。

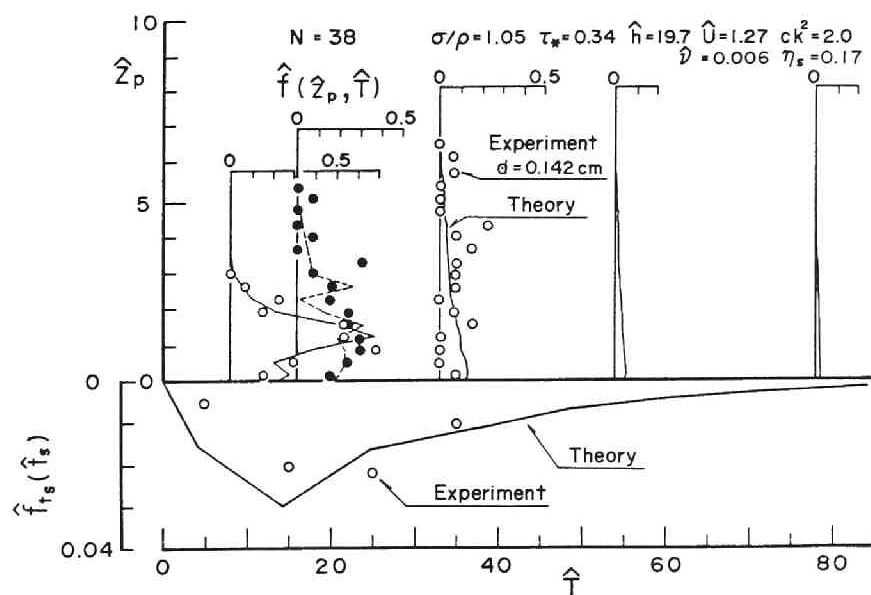


図 3.10 粒子の鉛直方向の分散過程と浮遊時間の確率密度分布

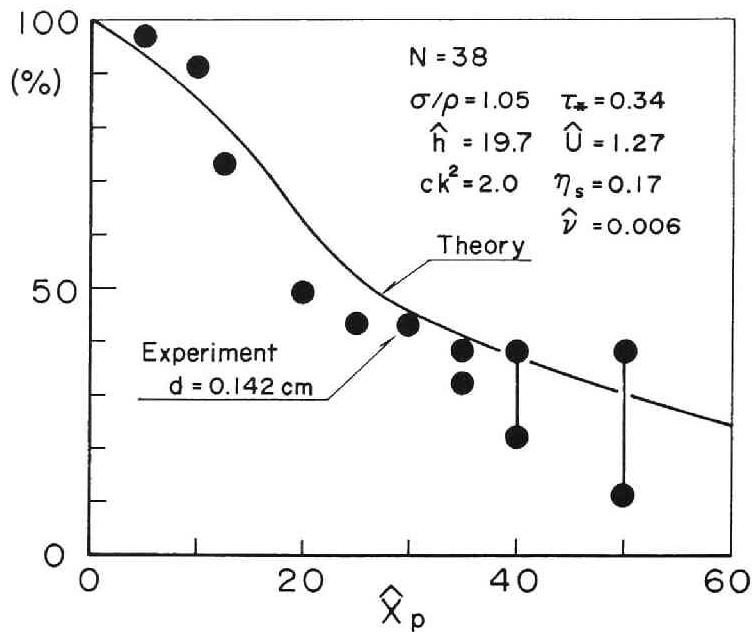


図 3.11 浮遊粒子のステップ・レングスの超過確率分布

なお、 $\hat{X}_p > 40$ のデータは測定区間長の関係上超過確率の値が幅をもって示されている。

以上のように浮遊粒子の運動解析に関する本理論は妥当であると認められ、運動特性量の計算に十分適用できる。そこで、浮遊粒子の運動特性量の中で重要であると考えられる平均ステップレングス、最大ステップレングスおよびステップ 1 の平均浮上高さについて検討する。

浮遊粒子の最大ステップレングス X_e は、河床条件や水理条件が一定のもとに、原点より上流側が固定床、下流側が移動床の場で、濃度が 0 から流下方向に増加し平衡値に発達する距離に相当する。したがって、 X_e が大きいときは非平衡浮遊砂の領域が無視できず、非平衡浮遊砂量の算定が必要となる。 X_e は理論上は ∞ であるが、河床を離脱した粒子が浮遊状態にある確率 P_s が 0.01、すなわち

$P_s = \int_0^{\hat{h}} \hat{f}(\hat{z}, \hat{\tau}) d\hat{z} = 0.01$ のときの X_e の値を X_e と定義する。図 3.12 は $\sigma / \rho = 2.65$,

$\hat{\nu} (= \nu / \sqrt{g d^3}) = 0.32$, エネルギー勾配 $I = 1 / 500$, $k_s / d = 2.0$, $ck^2 = 2.0$, $\eta_s = 0.5$ の条件に対して、 $\hat{X}_e (= X_e / d)$ と無次元掃流力 τ_* の関係を例示的に示したもので、図中には $P_s = 0.5$ に対する平均ステップレングス X_{Lm} の計算結果も示されている。この図は $\hat{\nu} = 0.32$ として計算した結果を示したもので、 $\nu = 0.01 \text{ cm}^2 / \text{sec}$ とすると $d = 0.01 \text{ cm}$ を対象にしていることになる。この図から、 $\tau_* > 10$ の条件では $\hat{X}_e > 10^6$ となり、 $d = 0.01 \text{ cm}$ の場合 $X_e > 100 \text{ m}$ となるものと考えられる。これより、実河川の洪水時のように τ_* がかなり大きい条件では非平衡浮遊砂量の算定やそれを考慮した河床変動の計算が必要となる。

図 3.13 はステップ 1 の平均浮上高さ \hat{z}_{p1} の τ_* による変化を $I = 1 / 100$, $ck^2 = 2.0$ の条件で、

$\sigma / \rho = 1.05$ と 2.65 の粒子に対して計算した結果を示したものである。ただし、それぞれ $\hat{\nu} = 0.006$ および 0.32 としている。このように、 τ_* の増加とともに \hat{z}_{p1} は急激に増加する。

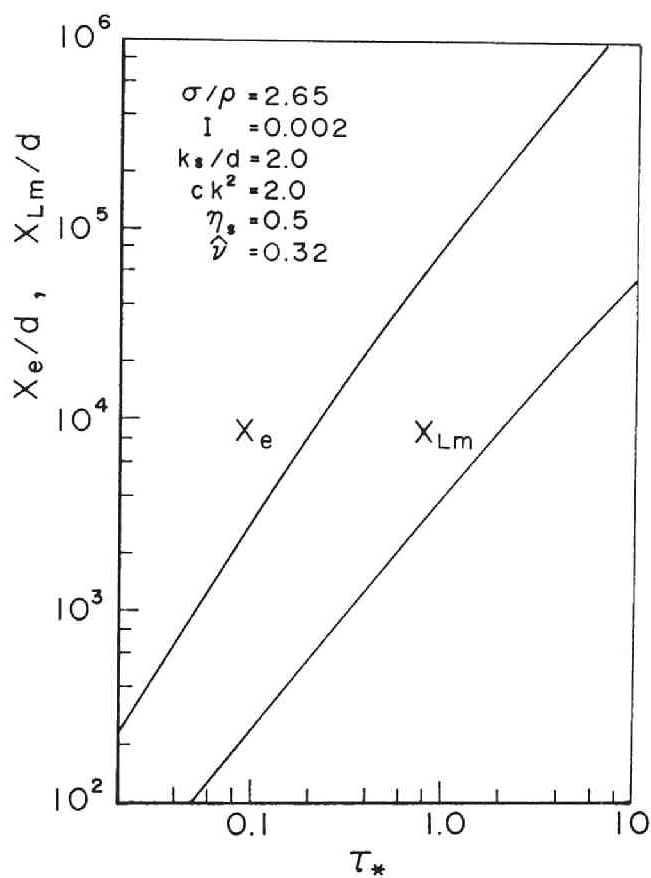


図 3.12 超過確率99%および50%に対する浮遊粒子のステップ・レングスの無次元掃流力による変化

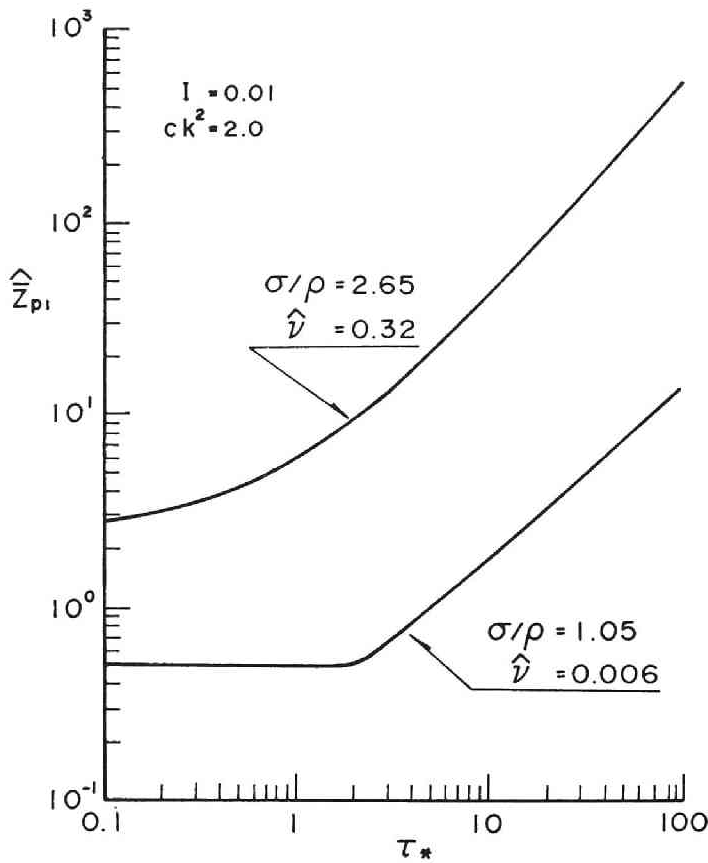


図 3.13 ステップ 1 の平均浮上高さの無次元掃流力による変化

3.4 結 語

浮遊砂量予測式、またはその基礎となる粒子の拡散係数や河床粒子の浮上率の算定式に関する研究で、詳細な浮遊粒子の運動モデルに基づいてそれらを議論したものは少ない。本研究は、個々の浮遊運動を適切に表現しうるような浮遊運動の定式化を行ない、それを確率的に重ね合わせれば拡散係数や浮上率の予測式の精度がかなり向上するという考え方のもとに浮遊粒子の運動のモデル化を行ったものである。ここで提案したモデルは構成上、従来の確率モデルと同様であるが、確率的な粒子の運動過程を決定論的に求められる個々の浮遊軌跡から解析する点が異なる。これによって、河床粒子の浮遊運動のモデルの物理的な意味が明確になり、しかも、従来不明確であった浮遊粒子の運動特性が一般的な条件に対して解析できるようになった。本章で得られた主要な結論を要約して示す。

3.2 では第 1 章で明らかにした粗面上の流れと粒子の浮遊機構に関する成果を使って、粗面平坦河

床上の粒子の運動過程をモデル化した。このモデルでは、鉛直方向の粒子の運動は、河床付近の揚圧力とそれに伴って生じる上昇流速およびその後粒子に作用する乱れ速度によって決定され、流下方向については、流水の流速分布によって決定される。つぎにこのモデルに従って、粒子の浮遊運動を鉛直方向の運動方程式と流速分布を用いて定式化した。定式化にあたって、解析を簡単にするために鉛直方向の流体力をストークスの抵抗則の適用範囲外に対しても粒子と流体の鉛直方向の相対速度のみの関数として近似した。厳密には鉛直方向の流体力は流下方向の相対速度も考慮して計算する必要があるが、近似的な取り扱いによる流体力の計算値を比較した結果では、十分近似的な取り扱いが可能であることが知られた。粒子の移動速度や存在位置の時間変化の解析解を表示し、その結果と揚圧力や乱れ速度の確率分布から、粒子の浮遊運動が確率的に定式化され、粒子の存在高さ、飛行距離およびステップレングスの確率分布が導かれた。

3.3 では上述のようなモデルの妥当性を検証したうえで、浮遊粒子の運動特性量のうち重要であると考えられる離脱過程の浮上高さとステップレングスについて検討した。まず、乱れに対する粒子の応答性がわるいときにも適用できることが本理論の特徴のひとつであるが、どのようなときに応答性がわるくなるかについて例示的に検討した結果、本実験で用いたような粒径の大きいポリスチレン粒子では乱れに対する追従性が悪いことが明らかになった。水理条件や材料条件によっては、粒子に鉛直方向の乱れ速度 w_f が作用したとき鉛直方向の粒子の速度 w_p が急速に $w_f - w_0$ (w_0 : 粒子の沈降速度) に近づく場合もあり、このときは $w_p = w_f - w_0$ と近似できるが、必ずしも $w_p = w_f - w_0$ とはおけない場合には本章で提示した解析法がとくに有効になってくる。ついで、離脱過程の浮上高さと離脱後それに至る時間の確率分布や浮遊粒子の存在高さとステップレングスの確率分布について、実験値と理論値の比較を行い、本理論より浮遊粒子の運動特性が良く表現できることを検証した。さらに、ステップレングスや離脱過程の浮上高さの無次元掃流力による変化を例示的に求めた。浮遊粒子の最大ステップレングスは浮遊粒子の非平衡性を議論するうえで重要なパラメータであるが、実河川の条件ではそれが数百 m 以上になりうることが明らかにされた。

参 考 文 献

- 1) Chiu, C.L. : Stochastic model of motion of solid particles, Proc. ASCE, Vol. 93, HY5, 1967, pp. 203-218.
- 2) Bayazit, M.: Random walk model for motion of a solid particle in turbulent open-channel flow, Journal of Hydraulic Research., Vol. 10, 1972, pp. 1-14.
- 3) Yalin, M. S. and B. M. Krishnappan : A probabilistic method for determining the distribution of suspended solids in open channels, I. A. H. R., International symposium on river mechanics, 1973, A52-1-A52-12.

- 4) Li, R-M . and H. W. Shen : Solid particle settlement in open-channel flow, Proc. ASCE, Vol. 101, HY7, 1975, pp. 917-931.
- 5) Bechteler, W. and K. Färber : Stochastic model of suspended solid dispersion, Proc. ASCE, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 111, No.1, 1985, pp. 64-78.
- 6) 吉川秀夫・石川忠晴：流砂運動のモデル化とそれに基づく流砂量の算定法について，土木学会論文報告集，第269号，1978，pp.53-63.
- 7) Sumer, B. M. : Experimental investigation of motions of suspended heavy particles and the bursting process, part 3, Life forces acting on a moving particle near smooth and rough boundaries in turbulent flows and the limiting stage of suspension, Inst. Hydrodynamics and Hydraulic Engineering, Technical University of Denmark, Series Paper, No. 23, 1979, pp. 77-101.
- 8) Gyr, A. : Towards a better definition of the three types of sediment transport, Jour. Hydraulic Research, Vol. 21, No.1, 1983, pp. 1-15.
- 9) 芦田和男・藤田正治：粒子の浮遊運動と河床付近の流れ，京都大学防災研究所年報，第27号B-2，昭和59年，pp.355-367.
- 10) Hinze, J. O. : Turbulence, McGraw-Hill, 1959, pp. 353-354.
- 11) Yalin, M. S. : Mechanics of sediment transport, Second Edition, 1977, pp. 192-200.
- 12) Itakura, T. and T. Kishi: Open channel flow with suspended sediments, Proc. ASCE, HY8, 1980, pp. 1325-1343 から引用.
- 13) Itakura, T. and T. Kishi : Open channel flow with suspended sediments, Proc. ASCE, HY8, 1980, pp. 1325-1343.

第4章 河床砂礫の浮上率と平衡および非平衡 浮遊砂量の算定法に関する研究

4.1 概 説

実河川の浮遊砂量の算定問題では、定常状態や平衡状態を対象にすれば十分な場合と非定常状態や非平衡状態の解析が必要になる場合とがある。たとえば、河川中・下流域のように河床材料が比較的均一で、かつ浮遊砂のステップレングスに比べて十分長い区間にわたって河道条件が一樣と見なせる領域では、流量が一定であれば、浮遊砂量は平衡状態に達しており、このような条件では定常状態の平衡浮遊砂量の算定問題が重要となる。しかし、このような領域でも、洪水時のように流量が時間的に変化するときや流量が一定でも河床状態が変化する過程では、浮遊砂量の非定常性を考慮しなければならないし、河床波が形成される場合では、一波長の区間で乱流特性が著しく変化するので、非平衡性を加味した浮遊砂量式の検討が必要になる。また、河川上流域のように、河床材料が混合砂で構成されている場合やダムによって流れが不等流になっている場合では、アーマールコート¹⁾の形成・破壊やダム堆砂が生じる。これらの過程では、河床条件や水理条件が時間的・場所的に変化するのに伴って、河床砂礫の浮上率や浮遊砂の運動特性が変化するために、非定常状態の非平衡浮遊砂量の算定が不可欠となる。このように、浮遊砂に関する流砂現象の解析は、非定常流や不等流のもとに混合砂礫を対象として行う必要がある場合が多くあり、浮遊砂量の非定常性や非平衡性などの多くの問題を含み、水工学の問題の中でも難しい課題のひとつである。このため、このような問題に対しても、一樣砂に対する定常状態の平衡浮遊砂量式を適用している場合が多い。実用的にはこれで十分近似できる場合もあるが、その適用範囲には限度があり、一般的な条件に対して計算できる浮遊砂量式を提示することが肝要である。

従来、以上のような定常・非定常または平衡・非平衡浮遊砂濃度分布を予測するために、拡散理論、確率過程理論およびエネルギー理論に基づく手法が提案されている。拡散理論による方法は、拡散方程式を適当な初期条件と境界条件のもとに解くもので、数学的に取り扱うのが比較的容易である反面、拡散係数や河床付近での境界条件すなわち基準点濃度の算定法に次のような問題がある。まず、拡散係数は渦動粘性係数に比例するとし、比例係数を濃度分布の実測値から決めるのが慣用的であるが、この比例係数は乱れと浮遊粒子の運動とを関係付けるパラメータであり、実験的にも知られているように一定値にはならず¹⁾、水理条件によって変化するものと考えられる。従来の研究ではこの点が十分解明されておらず、拡散係数の値があいまいになっている。また、非定常、非平衡状態の拡散係数についても実験的に若干調べられている程度であり^{2), 3)}、それが定常かつ平衡状態の拡散係数と相異なるか否かは明確にされていない。つぎに基準点濃度の計算法には、掃流砂濃度と接続させる方法と河床砂の浮上量と浮遊砂の沈降量の釣り合い条件から求める方法が考案されているが、掃流砂層の厚さが明らかでないこと、河床砂の浮上機構や掃流砂から浮遊砂への遷移機構が詳細に検討されていないことなどの理由より、基準点の位置を物理的に設定することが難しく、また基準点濃度の推

定精度も十分でない。従来便宜上基準点を河床から水深の5%の位置としているものがあるが、その理論的根拠は乏しい。拡散理論の代表的な研究成果である Rouse 分布では、計算上河床付近で濃度が無限大となるため、基準点の位置の選定の仕方によって浮遊砂量の値が大きく異なり、基準点の位置の不明確さは浮遊砂量の推定精度が低下する一因となっている。また、アーマーコート¹⁾の形成過程のように、時間的・場所的に河床条件が変化するような場合、基準点濃度をそれに応じて計算できるような予測式を導くことは困難な問題である。次に、確率過程理論による方法は、浮遊粒子の確率的な運動に着目して粒子の分散過程を解析し、河床粒子の浮上率から濃度分布を計算するものである。言い換えると、この手法は、与えられた水理条件、河床条件に対する個々の粒子運動の重ね合わせとして濃度分布を求めるものである。したがって、粒子の浮遊運動のシミュレーションを各条件に対して的確に行うことができれば、非定常、非平衡の場合についてもこの方法は比較的容易に適用できる。また、浮上率がわかれば濃度が直接計算でき、拡散理論の場合と違って基準点の高さや基準点濃度の推定が不要となる。それゆえ拡散理論に比べて有利な面もあるが、浮遊砂濃度分布の算定が定常かつ平衡状態の場合でも数値計算によらざるを得ないこと、乱流場のモデル化にあたって一様・等方性を仮定しなければ計算が非常に複雑になることおよび浮上率が明らかでないことなど多くの問題点も残されている。エネルギー理論は、浮遊砂流のエネルギー収支に関する基礎式から浮遊砂量を算定するものであるが、粒子を浮遊させるのに必要なエネルギーが乱れエネルギーの生成量の数%のオーダーであり、それを正確に評価する方法が得られていない。従来の研究では、比較的大きな面からエネルギー収支について考察しているものが中心であるが、もっとミクロな立場から粒子と乱れとの相互作用を検討する必要があるものと思われる。

上述の3つの手法のうちどれを用いるにしても、乱れと浮遊粒子の運動の関係が明瞭でなく、それを記述する方法が適切でないために、これまでに十分精度の良い浮遊砂量の推定法が確立されているとは言い難い。本論文では、この点を改善した確率過程理論による浮遊砂量の算定法を導くために、第1章で平坦河床を対象として乱流構造と粒子の浮遊運動との関連性について検討し、第3章で粒子の浮遊機構のモデル化を図るとともに浮遊粒子の運動特性について明らかにした。本章では、まず河床砂礫の浮上率について考察し、その推定式を提示する。ついで、この理論式と第3章で示した浮遊粒子の運動モデルから、定常・等流の条件下での平衡および非平衡浮遊砂量の算定法を確率過程理論に従って検討する。確率過程理論による手法を用いると、前述したように非平衡浮遊砂量の算定に有利であるだけでなく、直接濃度分布が得られるので、拡散理論の最大の問題点である拡散係数や基準点濃度が評価できる。平衡浮遊砂量の計算では、拡散理論を用いる方が実用的である場合が多いので、この事を考慮して平衡状態の拡散係数と基準点濃度について確率過程理論から検討する。

4.2 河床砂礫の浮上率

4.2.1 従来の研究

河床砂礫の浮上機構や浮遊砂と掃流砂の区分の不明確さのために、河床砂礫が浮遊砂として浮上する割合について実験的にも理論的にもあまり検討されていない。しかし、浮遊砂基準点濃度の推定理

論の中で、河床砂礫の浮上速度から浮上率を評価している研究がいくつかあるので、ここでは代表的な研究として、芦田・道上⁵⁾(1970)、Itakura・Kishi⁶⁾(1980)、平野⁷⁾(1970)の理論について簡単に整理する。

芦田・道上は、鉛直方向の乱れ速度 w_f の確率分布から河床粒子の浮上量を算定した Lane・Karlinske⁸⁾の理論に、粒子の重力の効果や粒子の乱れとの追随性を考慮して浮上率の算定式を導いている。まず、粒子の鉛直方向の速度 w_p を変動成分 w_p' と平均値 $-w_0$ に分けて表示し、 w_p' の確率分布を河床付近の乱れ特性と粒子の乱れとの追随性に関する知見から平均 0、標準偏差 $\beta_1 u_*$ の正規分布で表わした。ここに、 w_0 : 粒子の沈降速度、 u_* : 摩擦速度、 β_1 : 比例定数で約 0.75 である。これより、単位時間、単位面積当たり浮上する粒子の量 q_{su} は流体の密度 ρ 、重力加速度 g 、粒径 d で無次元化して $\hat{\quad}$ を付して表示すると次式となる。

$$\hat{q}_{su} = K_1(s+1)\hat{u}_* \left\{ \frac{\beta_1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\xi_0^2}{\beta_1^2}\right) - \xi_0 \int_{\xi_0/\beta_1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \xi^2\right) d\xi \right\} \dots\dots\dots (4.1)$$

ここに、 $\hat{q}_{su} = q_{su}/\rho\sqrt{gd}$ 、 $\hat{u}_* = u_*/\sqrt{gd}$ 、 $\xi_0 = \hat{w}_0/\hat{u}_*$ 、 $\hat{w}_0 = w_0/\sqrt{gd}$ 、 $s = \sigma/\rho - 1$ で、 q_{su} : 浮上率、 σ : 粒子の密度、 K_1 : 比例定数である。 K_1 は実験値との適合性から 0.025 としているが、その物理的意味は明確にされていない。この理論では、 β_1 の値が粒子の材料特性によって変化すると考えられるので、この評価法を求めておく必要がある。

Itakura・Kishi は、河床粒子に作用する揚力の確率分布を Einstein⁹⁾の研究に従って仮定し、力積方程式から w_p を求め、芦田らと同様の方法で \hat{q}_{su} を次式のように導いている。

$$\hat{q}_{su} = K_2(s+1) \left[\alpha_* \frac{s}{s+1} \frac{1}{\hat{u}_*} \left\{ \frac{\tau_*}{B_*} \frac{\int_{a'}^{\infty} (\xi/\sqrt{\pi}) \exp(-\xi^2) d\xi}{\int_{a'}^{\infty} (1/\sqrt{\pi}) \exp(-\xi^2) d\xi} + \frac{\tau_*}{B_* \eta_0} - 1 \right\} - \hat{w}_0 \right] \dots\dots\dots (4.2)$$

ここに、 $\tau_* = \hat{u}_*^2/s$ 、 $a' = B_*/\tau_* - 1/\eta_0$ で、 B_* と η_0 は Einstein の研究から $B_* = 0.143$ 、 $\eta_0 = 0.5$ 、 α_* と K_2 は実験値との適合性から $\alpha_* = 0.14$ 、 $K_2 = 0.008$ とおいている。Itakura らは、河床を離脱した粒子のうちサルテーション運動するものと浮遊運動するものの比を実験より算定し、その値から K_2 の値の妥当性について説明している。この理論では、力積方程式から w_p を算定しているので、式(4.1)に含まれるような粒子の乱れとの追随性を表わすパラメータが不要であるが、揚力の確率分布を正確に表示する必要がある。

これらの2つの理論では、河床表面から粒子が浮上すると考えており、その場合浮上量の理論値を

補正するために係数 K_1 , K_2 を理論的に考慮しなければならない。しかし, K_1 や K_2 を理論的に求めることは難しく, このことは解明すべき問題の一つである。一方, 平野の理論では河床付近に掃流砂層を仮想的に設定して, 掃流砂層から浮上する粒子の量を掃流砂濃度 C_* と河床付近の乱れに関する知見を使って次式のように導いている。

$$\hat{q}_{su} = C_* (s + 1) \hat{u}_* \left\{ \frac{\beta_2}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\xi_0^2}{\beta_2^2}\right) - \xi_0 \int_{\xi_0/\beta_2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \xi^2\right) d\xi \right\} \dots\dots\dots (4.3)$$

ここに, β_2 : 比例定数で河床付近の乱流特性に関する知見から $\beta_2 = 0.93$ としている。 \hat{q}_{su} の算定のためには, 掃流砂濃度 C_* を求める必要があるが, 掃流砂層厚が明確でないために, C_* を精度よく計算することは難しく, この理論でも問題点が残されている。

以上のように浮上率の理論式にはいくつかのものが提示されているが, 河床粒子の浮上機構から詳細に検討したものは少なく, 河床の粒子がどのようなプロセスを通して浮遊粒子になるのかはあいまいで, 各理論で前述のような問題点が残されている。次項では, 第1章や第3章で明らかにした粒子の浮遊機構をもとに浮上率の算定式を提示する。

4.2.2 理論式

河床砂礫が浮遊砂として浮上する機構には, 静止, 揺動, 転動, 滑動および小跳躍状態から浮遊状態へ遷移する場合が考えられる。第1章では, 粒子が接触している状態から浮遊する機構について詳しく検討しており, 中川・辻本・村上・小藪¹⁰⁾(1984) は, 小跳躍状態から浮遊する機構について, 小跳躍運動の確率的解析を発展させて検討している。一般には, 両者は共存するものとも考えられるが, 第1章や本章で行った実験では, 河床を浮上した粒子のほとんどが小跳躍の軌跡とは性質の異なる浮遊運動の軌跡であり, 小跳躍から浮遊へ遷移する粒子はほとんどなかった。そこで, 本研究では, 河床砂礫が浮遊砂となる機構として, 前者の場合, すなわち河床から直接浮遊する機構を対象とする。また, 混合砂礫を対象とする場合では, 礫の遮蔽効果が浮上率の値に大きく影響する。この効果をいかに評価するかが浮上率の推定精度の向上の一因となる。従来の研究で, この点を検討したものはほとんどないので, 本理論では混合砂礫にも適用できるように礫の遮蔽効果を考慮した浮上率の計算式を導く。

河床上の粒子は第1章で明らかにしたように揚圧力の作用で浮上すると, 揚圧力の発生に伴って生じる上昇流によってさらに浮上する。一方, 河床面との衝突反発力によって河床を離脱する粒子は小跳躍運動する。そこで, 揚圧力 F_{L0} の作用で浮上する粒子のみを浮上率算定の対象と考える。いま, 混合砂礫中の粒径 d の砂粒子が揚圧力の作用のもとに浮上し始め, t_c 時間で浮遊砂に遷移するものとする。 t_c の確率分布を $f_{tc}(t_c)$, 単位面積当たり存在する粒径 d の砂粒子の個数を N_b , N_b 個の砂粒子の中に占める浮上可能な状態の粒子の割合を k_1 とすると, 単位時間, 単位面積当たり浮上する粒径 d の粒子の浮上量 q_{su} は次式のように表わされる。

$$q_{su} = k_1 \frac{\pi}{6} \sigma d^3 N_B \int_0^\infty \frac{1}{t_c} f_{t_c}(t_c) dt_c \quad \dots\dots\dots (4.4)$$

t_c は河床で粒子に作用する揚圧力 F_{L0} の作用時間 t_* に比例するとして、 $t_c = k_2 t_* (= k_2 d/w_{p0})$ とおくと、式(3.26)より t_c は次式となる。

$$t_c = \frac{k_2 d^2}{\sqrt{6(F_{L0} - G)/(\sigma\pi)}} \quad \dots\dots\dots (4.5)$$

ここに、 k_2 : 比例定数、 w_{p0} : 砂粒子の初期浮上速度、 G : 砂粒子の水中重量で、 $G = (\pi/6)d^3(\sigma - \rho)g$ である。河床上の浮上可能な砂粒子が浮上すると、新たに浮上可能な粒子の構成が決定されるが、この再構成に要する時間が t_c に等しい。河床粒子は揚圧力の作用を半粒径程度受けて浮上すると考えられるが、 t_c がその作用時間に等しいとすると $k_2 = 1$ である。これは w_{p0} の速度で粒子が連続して浮上する場合に相当し、本研究ではこの値を用いる。他の理論の k_2 の値は、芦田らの研究⁵⁾で $k_2 = 1$ 、Itakura らの研究⁶⁾で $k_2 = 18 \sim 30$ である。Itakura らの値は他のものより大きい、これは揚力の作用で浮上した砂粒子の一部が浮遊砂になるとしているためであり、揚圧力によって浮上すれば浮遊砂になるとする本理論の場合と異なる。

N_B は粒径 d の砂粒子の河床表面における混合割合を p_f とすると、

$$N_B = p_f \frac{1}{(\pi/4)d^2} \quad \dots\dots\dots (4.6)$$

と表わされる。 F_{L0} の確率分布は式(3.27)のように平均0、標準偏差 $F_{L0}' = ck^2 \rho u_*^2 d^2$ の正規分布とおく。ここに、 c : 揚圧力係数、 k : 遮蔽係数である。これより、浮上率 q_{su} は次式のようになる。

$$q_{su} = K p_f \frac{2}{3d} \sqrt{\frac{6\sigma}{\pi}} \int_G^\infty \frac{\sqrt{F_{L0} - G}}{\sqrt{2\pi F_{L0}'}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{F_{L0}^2}{F_{L0}'^2}\right) dF_{L0} \quad \dots\dots (4.7)$$

ここに、 $K = k_1/k_2$ である。ここで、Rubey の抵抗則を用いて、 G を砂粒子の沈降速度 w_0 で表示すると、 $G = C_{D0} \rho w_0^2 (\pi/8) d^2$ となる。ここに、 $C_{D0} = 2 + 24\nu/(w_0 d)$ である。また、 $\eta = F_{L0}/F_{L0}'$ とおくと、 q_{su} の無次元表示 \hat{q}_{su} は次式となる。

$$\hat{q}_{su} = \frac{2}{3} K p_f \sqrt{\frac{6}{\pi}} (s+1) \int_{\eta_0}^\infty \hat{u}_* \sqrt{ck^2 \eta - \frac{\pi}{8} C_{D0} \xi_0^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \eta^2\right) d\eta \quad \dots\dots (4.8)$$

ここに、 $\eta_0 = (\pi/8) C_{D0} \xi_0^2 / (ck^2)$ 、 $\xi_0 = w_0/u_*$ である。揚圧力係数 c および遮蔽係数 k は、砂粒レイノルズ数 $u_* d_m/\nu$ と無次元粒子存在高さ d_s/d_r の関数として、図2.16、2.17から求められる。ここに、 d_m : 河床表面の砂粒子の平均粒径、 d_r : 河床表面の代表粗度径、 d_s : 代表粗度の頂部から粒子の存在位置までの距離である。

ところで、式(4.8)が成り立つためには、河床付近で発生する上昇流のオイラー的継続時間 T_{ee} が t_* より大きい必要がある。 T_{ee} は式(1.1)、式(3.29)および $T_{el} = c_3 T_{ee}$ (1.2.4参考) より次式で与えられる。ここに、 T_{el} は上昇流のラグランジュ的継続時間である。

$$\frac{T_{ee} u_*}{h} = \frac{a}{c_3} \frac{F_{L0}}{F_{L0'}} \quad \dots\dots\dots (4.9)$$

また、式(4.5)を変形すると、

$$\frac{t_* u_*}{h} = \sqrt{\frac{\pi}{6} \frac{s+1}{ck^2}} \frac{1}{h/d} \cdot \sqrt{\frac{1}{F_{L0}/F_{L0'} - (\pi/6) \cdot s/(ck^2 lh/d)}} \quad \dots\dots\dots (4.10)$$

となる。ここに、 I : エネルギー勾配である。実験値より $a=0.067$ 、 $c_3=1$ とし、 $s=1.65$ 、 $ck^2=2.5$ 、 $I=0.002$ の条件で、 $T_{ee} u_*/h$ と $t_* u_*/h$ の $F_{L0}/F_{L0'}$ による変化を h/d をパラメータとして計算した結果を示すと図4.1のようになる。この図より、 $F_{L0} > G$ となると急激に $t_* \ll T_{ee}$ となり、1

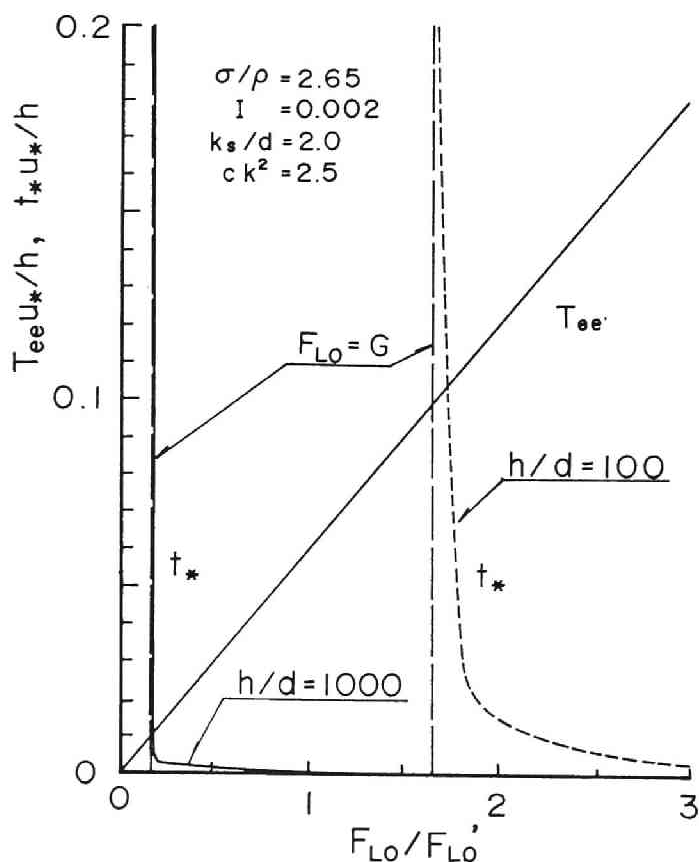


図4.1 上昇流の継続時間と揚圧力の作用時間との関係

回の上昇流の発生で、粒子を浮上させるのに十分な継続時間の揚圧力が生起することがわかる。

本理論では、礫の遮蔽効果が揚圧力の確率分布に考慮されており、式(4.8)中の k がその効果を表わすパラメータである。

4.2.3 実験結果と理論結果との比較

式(4.8)の適合性について検証するために、浮上率について以下のような実験を行った。長さ8 m、幅30 cmの水路に粒径4.8 mmの礫を敷き、図4.2に示すような給砂装置で礫の間隔から粒径1.4 mm、比重1.05のポリスチレン粒子を供給した。給砂装置の形状は直径4 cmの円筒形であり、手動によって給砂量が調節できる。実験方法は、勾配、流量および給砂量一定の条件で、粒子の存在高さがその給砂量に見合って定常になった時点で、河床から浮上する粒子の運動を水路横方向から高速ビデオ撮影した。ただし、供給粒子が残留している個所以外はすべて河床は礫のみで構成されている。流量および給砂量の条件を変えて

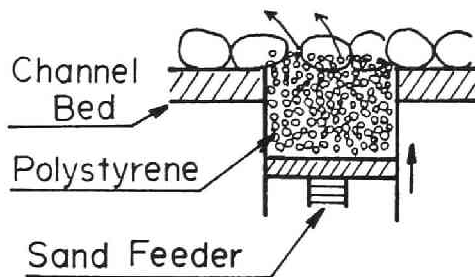


図4.2 粒子の供給装置

同様の実験を行い、 $\xi_0 (=w_0/u_*)$ と粒子の無次元存在高さ d_s/d_r に対する浮上率をビデオ解析から求めた。ここで問題となるのは、粒子の運動形態が浮遊であるか掃流であるかをビデオ解析でいかに区別するかである。しかし、本実験における河床からの浮上粒子のほとんどの軌跡は、離脱後重力の作用のみで鉛直方向の運動が決まる小跳躍粒子の場合とかなり異っていたので、浮上する粒子はすべて浮遊砂として取り扱った。

図4.3は \hat{q}_{su} の実験値と理論値を ξ_0 と ck^2 をパラメータとして示したもので、両者とも $p_f = 1.0$ に換算している。 c および k の値は図2.16、2.17より求めた。実験値からわかるように、浮上率は粒子の存在高さによってかなり異なるが、本理論ではそれが十分考慮されており、 $K = 0.035$ としたとき理論値は実験値の傾向をよく表わしている。図中には、前述の芦田・道上の式(式(4.1))とItakura・Kishiの式(式(4.2))も描かれている。これらは一様砂礫を対象にしたもので、本理論では $u_* d_m / \nu > 50$ のとき $ck^2 = 2.5$ に対する曲線がそれに対応する。本理論結果は従来のものと比べて若干大きい値となっているが、その傾向はほぼ一致している。

次に、実験定数 $K (=k_1/k_2)$ の値の物理的意味について検討しよう。 $k_2 = 1$ とすると K は河床粒子が浮上可能な状態にある確率 k_1 と等しくなる。浮上可能な状態とは、図4.4のparticle Aのように隣接粒子との接線がすべて上で開くような状態を指し、particle Bのように1つでも接線が上で閉じるような場合は浮上できない状態とする。このように考えると一つの砂粒子の周りの隣接粒子個数を n とし、接線が上で開くか閉じるかの確率は $1/2$ とすると、 k_1 は $(1/2)^n$ で表わされる。ところで、球体を空隙率 λ で充填したとき、図4.5に示すparticle Cの回りに接触する砂粒子の個数 n_0 と λ の関係は、実験的、理論的に調べられており¹¹⁾それを整理すると図4.6のようになる。いま、particle Cが河床表面にあるとすると、particle Cの接触粒子D, E, F, G, H(注: 実際には空間

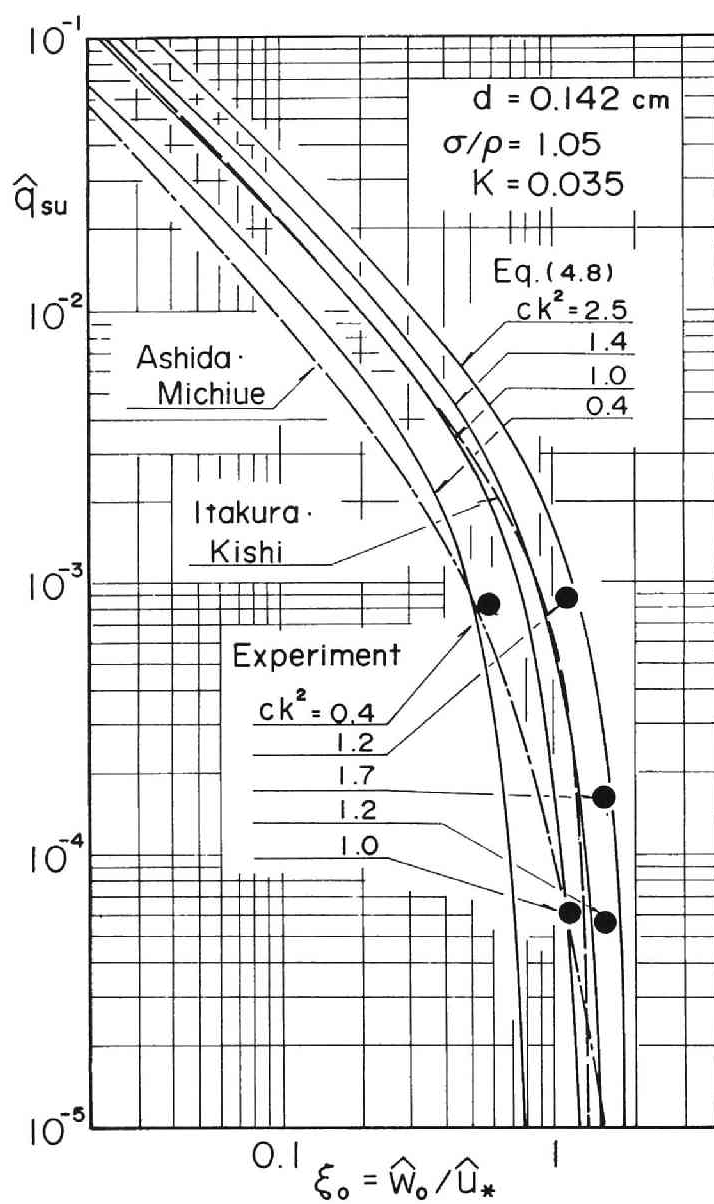


図 4.3 河床粒子の浮上率の理論値と実験値との比較

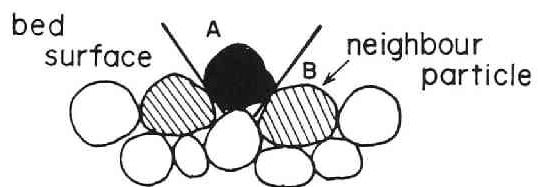


図 4.4 河床粒子の存在状況

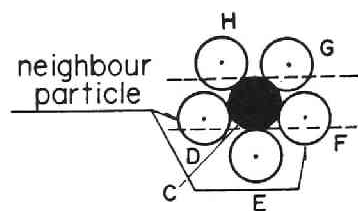


図 4.5 粒子の接触状況

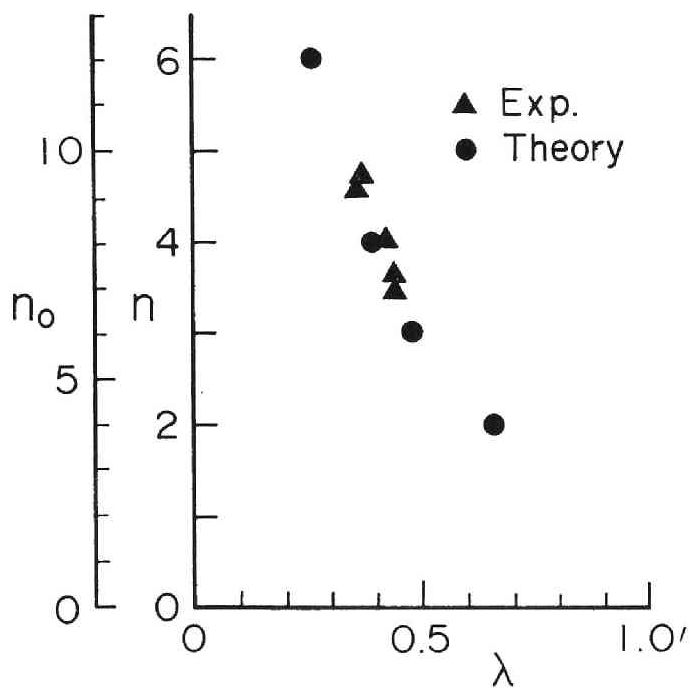


図 4.6 一つの粒子の周りの隣接粒子個数および接触粒子個数と空隙率との関係

的に配列しているので他にも接触粒子が存在する。)のうち、隣接粒子と見なされるものは、砂粒子の中心が particle C の頂部から下端部の間に位置している particle D と F である。このように考えると、隣接粒子個数と接触粒子個数の比 n/n_0 は $1/2$ になるので、 n と λ の関係は図 4.6 のようになる。この図より、 $\lambda = 0.4$ のとき $n = 4.5$ であり、 $K = 0.044$ となる。この値は先に述べた $K = 0.035$ とほぼ一致し、 K の物理的意味が隣接粒子との接触状況から説明できる。なお、実際の河床で浮上可能な粒子の割合を測定すると、 $k_1 = 0.03 \sim 0.06$ であった。以上のことは本理論の妥当性を示すものであり、本理論は一様砂および混合砂の浮上率の計算に十分適用されうる。最後に、実際の浮遊砂問題で重要になるような比重 2.65、粒径 0.01 cm および 0.02 cm の砂粒子の浮上率について、本理論結果と芦田・道上および Itakura・Kishi の理論結果を図 4.7(a), (b) に示す。

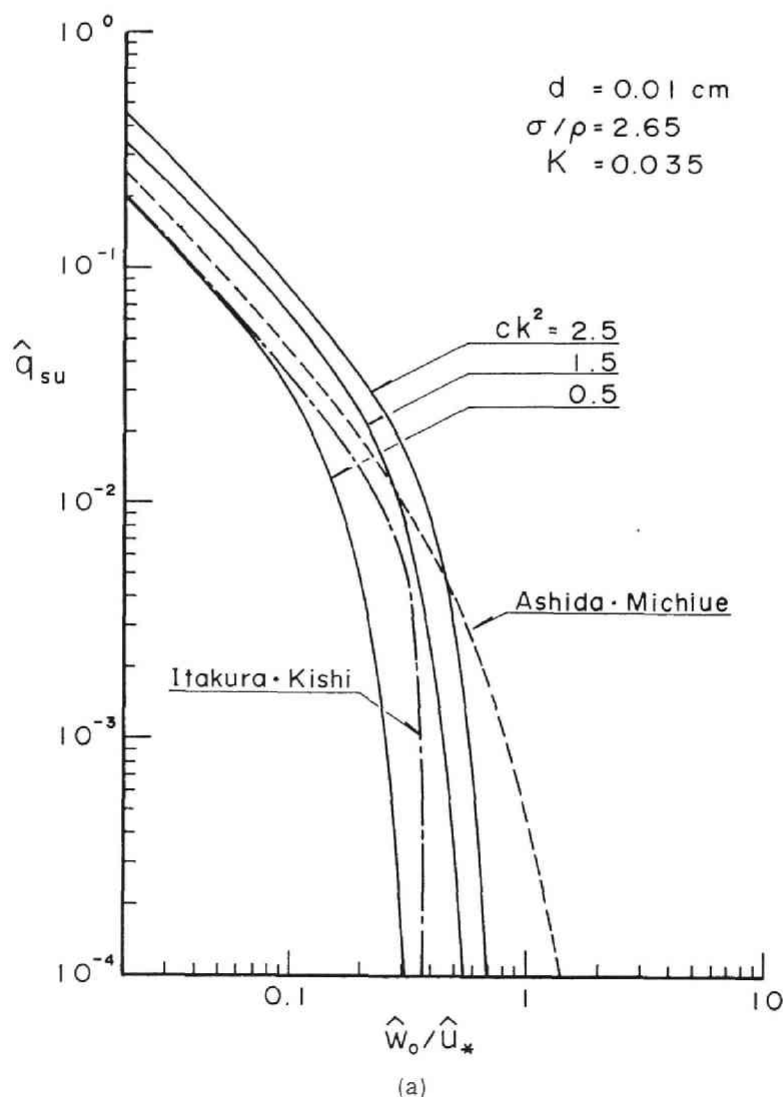


図 4.7 (a) 河床砂礫の浮上率

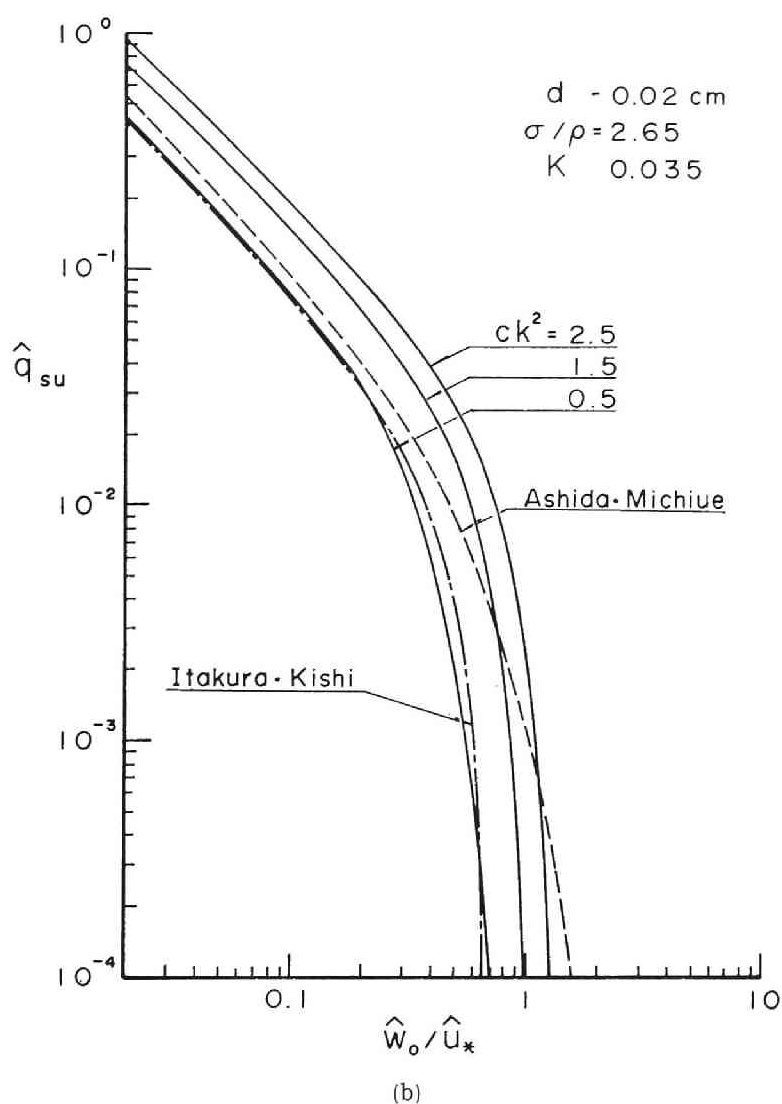


図 4.7 (b) 河床砂礫の浮上率

4.3 確率モデルに基づく平衡および非平衡浮遊砂量の計算法⁴⁾

4.3.1 確率モデルによる浮遊砂濃度分布の計算法に関する従来の研究

乱流中の粒子の浮遊運動の確率モデルに関する研究は従来から多く行われており、それに基づく浮遊砂濃度分布の計算法が提案されている。この手法を用いると、平衡濃度分布だけでなく、非定常、非平衡浮遊砂濃度分布の解析にも便利であり、たとえば Bechteler・Färber¹²⁾(1985) は、ランダムウォークモデルによって、開水路流の浮遊砂濃度の発達過程を計算している。従来、この種の研究には、

ランダムウォークモデルによるものと、粒子の移動量の確率分布から計算するものがあるが、本研究は後者の方法である。そこで、後者のような手法に基づく研究の先駆的なものとして、Yalin-Krishnappan¹³⁾(1973)、吉川・石川¹⁴⁾(1978)の研究について概説する。

Yalin らは、砂粒子の運動を δt の時間間隔の時間ステップごとに考え、ステップ n 後に $z = z_n$ に存在する砂粒子がステップ $(n+1)$ 後に $z = z_{n+1}$ に遷移する確率分布を次式のような平均 $z_n - w_0 \delta t$ 、標準偏差 $\sigma_y = c_o \cdot w_f' \delta t$ の正規分布で表示した。

$$g(z_{n+1}|z_n) = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{\{z_{n+1} - (z_n - w_0 \delta t)\}^2}{\sigma_y^2} \right] \dots\dots\dots (4.11)$$

ここに、 w_f' : 鉛直方向の乱れ強度、 w_0 : 砂粒子の沈降速度、 c_o : 1 に近い定数である。

$z = z_*$ を出発した砂粒子が、 n ステップ終了時と $(n+1)$ ステップ終了時に存在する高さの確率密度分布を $f_n(z_n|z_*)$ 、 $f_{n+1}(z_{n+1}|z_*)$ とすると、両者の関係を表わす式として次式を得る。

$$f_{n+1}(z_{n+1}|z_*) = \int_0^h f_n(z_n|z_*) g(z_{n+1}|z_n) dz_n \dots\dots\dots (4.12)$$

$n=0$ のときは、デルタ関数を用いて $f_0(z_0|z_*) = \delta(z_* - z_0)$ と表わされ、上式を用いると $f_1(z_1|z_*)$ 、 $f_2(z_2|z_*)$ ……が順番に算定される。 $f_n(z_n|z_*)$ を $f_n(z|z_*)$ と表わすと平衡濃度分布は次式となる。

$$\frac{C}{C_B} = a_1 \sum_{n=0}^{\infty} f_n(z|z_*) \dots\dots\dots (4.13)$$

ここに、 $a_1 = 1 / \sum_{n=0}^{\infty} f_n(z_a|z_*)$ 、 C_B : 基準点濃度、 z_a : 基準点の高さである。

式(4.11)中の σ_y は w_f' と δt との積であるが、 w_f' の無次元表示 w_f'/u_* は高さの関数として実験結果から図4.8のように与えられ、 δt の値は3.2.3で述べたように式(3.34)から計算される。また、 σ_y に係わる係数 c_o の値と z_* の値は濃度分布の理論値と実験値との適合性から、 c_o は1.5、 z_* は図4.9のように決定されている。図4.10はこの理論による濃度分布の理論値とVanoniの実測値¹⁵⁾を比較したものであり、両者はよく一致していることがわかる。しかし、このモデルでは、濃度分布を求めるために基準点濃度を計算する必要がある点や、濃度分布を計算するうえで重要なパラメータとなる z_* の値が物理的に評価されていない点などの問題が残されている。

吉川・石川は、掃流砂と浮遊砂とを一体として扱い、流砂運動を統一的に説明し、全流砂量を算定するモデルを提案した。この理論もYalinらと同様に、時間ステップ Δt ごとの粒子の運動を確率的に解析するもので、砂粒子の存在高さの定常確率密度 $h(z)$ を次式のように表示している。

$$h(z) = \pi \left[\int_{-\infty}^{\infty} h(z-\eta) g(\eta) d\eta \right] \dots\dots\dots (4.14)$$

ここに、 $g(\eta)$: ワンステップの粒子の移動量の確率密度、 $\pi[]$: 密度関数の負の部分を零に掃き寄せる作用子である。

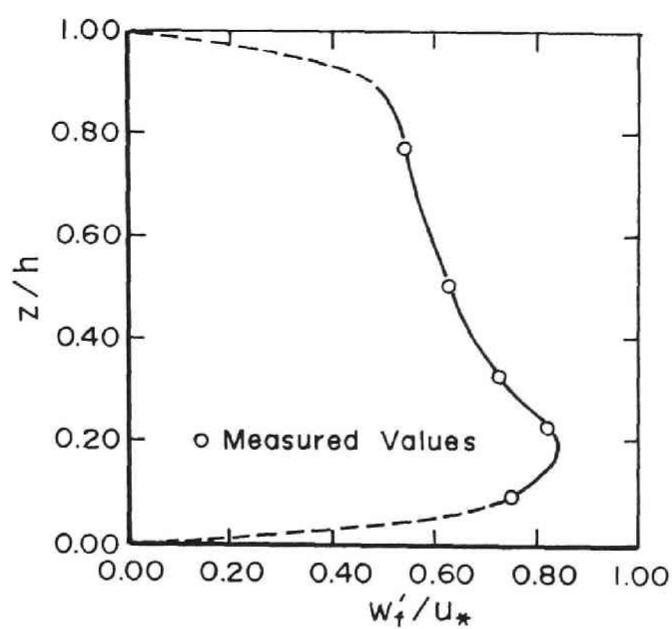


図 4.8 鉛直方向の乱れ強度の鉛直分布 (文献 13) より引用)

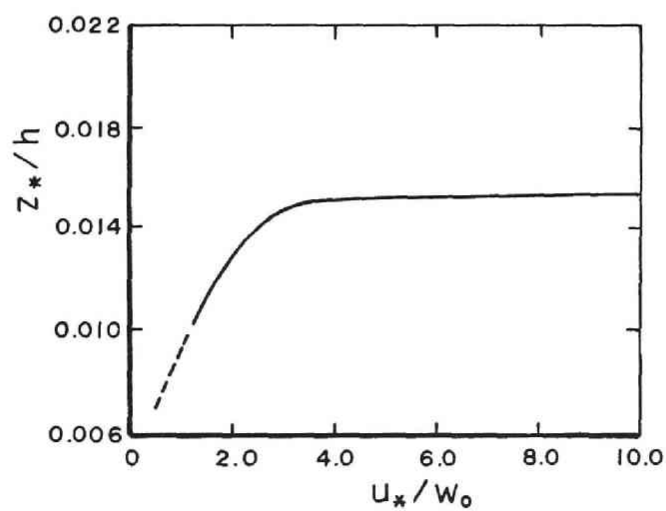


図 4.9 浮遊粒子の初期存在高さ (文献 13) より引用)

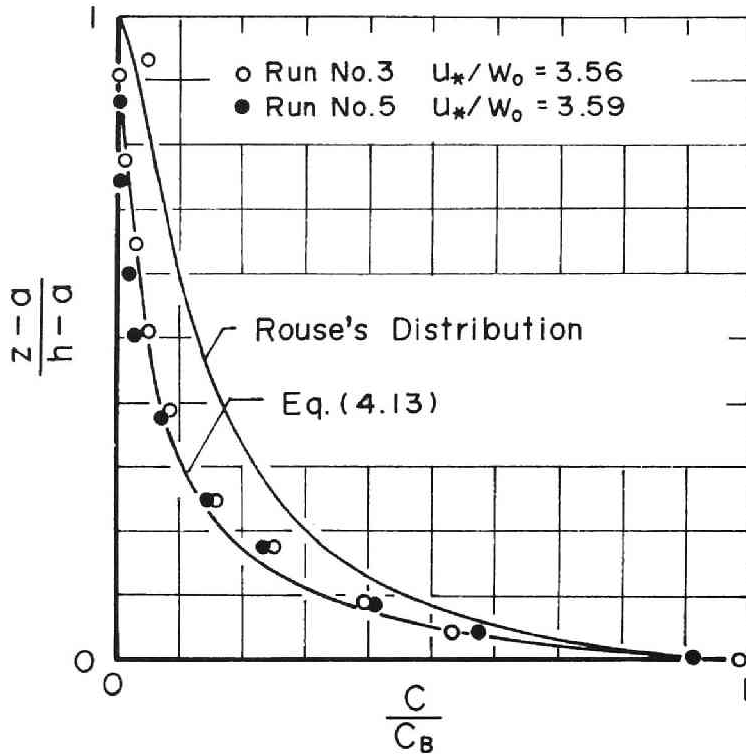


図 4.10 Yalin と Krishnappan による浮遊砂濃度分布の理論値と実験値との比較 (文献 13) より引用)

$g(\eta)$ としてどのような分布形を仮定するかが問題であるが、 $g(\eta)$ の平均値と標準偏差が同じであれば $h(z)$ の計算結果はあまり変化しないことから、 $g(\eta)$ を次式のような平均 $-\eta_0$ 、標準偏差 σ のラプラス分布としている。

$$g(\eta) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2} \sigma} \exp \left(-\sqrt{2} \frac{\eta + \eta_0}{\sigma} \right) \cdots \cdots (\eta \geq -\eta_0) \\ \frac{1}{\sqrt{2} \sigma} \exp \left(\sqrt{2} \frac{\eta + \eta_0}{\sigma} \right) \cdots \cdots (\eta < -\eta_0) \end{cases} \quad \cdots \cdots (4.15)$$

掃流状態にある粒子の単位面積あたりの個数を N_b とすると、式 (4.14)、(4.15) より流砂の濃度分布は、

$$C(z) = \frac{\pi}{6} d^3 N_b \left[\delta(z) + \frac{\sqrt{2}}{\sigma} \omega \exp \left\{ -\sqrt{2} (1-\omega) \frac{z}{\sigma} \right\} \cdots \cdots (4.16) \right]$$

となる。ここに、 ω は $\omega(2-\omega) = \exp \left\{ -\sqrt{2} (1-\omega) \eta_0 / \sigma \right\}$ の解である。式 (4.16) の右辺第 1 項は掃流砂濃度、第 2 項は浮遊砂濃度に対応する。

上式中の N_b は、掃流砂関数に関する佐藤・吉川・芦田¹⁶⁾の研究と同様の考え方で算定している。また、式 (4.15) 中の η_0 、 σ は、 $\eta_0 = w_0 \Delta t$ 、 $\sigma = w_f' \Delta t$ のように仮定し、 w_f' は断面平均値 $0.8u_*$

を与え、 Δt は 3.2.3 で述べたように式 (3.35) から求めている。

この理論では、浮遊砂濃度を計算するのに基準点濃度の算定が不要であることや掃流砂濃度も同時にわかることが特筆される。また、図 4.11 に示すように実験値と理論値の適合性も良好である。しかし、粒子の運動機構については議論しておらず、たとえば河床から浮上する過程とその後浮上、沈降を繰り返す過程で同じ $g(\eta)$ が適用できるかなどの疑問点も指摘される。

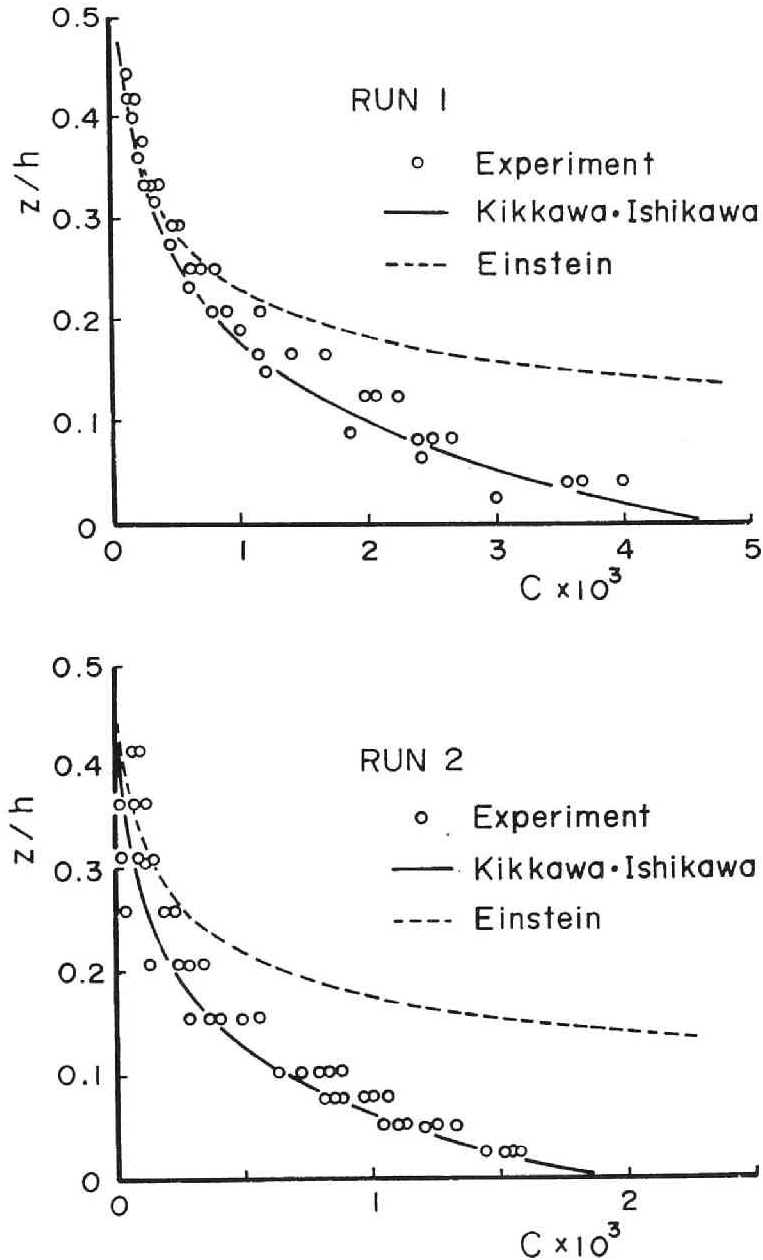


図 4.11 吉川と石川による浮遊砂濃度分布の理論値と実験値との比較（文献 14）より引用）

4.3.2 平衡浮遊砂量の算定法

第3章で解析した粒子の存在高さの確率分布と4.2で提示した浮上率の予測式から、浮遊砂量が平衡状態に至る過程と平衡浮遊砂量の算定法について検討する。

流れの場合は二次元等流とし、河床条件は図4.12に示すように、原点から上流側が固定床、下流側が一樣砂の移動床とする。このような場を考えるのは実際問題としてはそれ程意味があるとは言えないが、簡単のためここで対象とする。座標系は同図に示すとおり、流下方向を x 軸、鉛直方向を z 軸とする。

$x = x_0$ における河床砂礫の浮上率を $q_{su}(x_0)$ 、 $x = x_0$ から浮上する粒子が τ 時間後に存在する高さの確率分布を $f(x_0, z, \tau)$ 、浮上後 τ 時間までの粒子の流下方向の平均移動速度を $u_p(\tau)$ とすると、任意の地点 $x = X$ における浮遊砂濃度分布は次式で表示される。

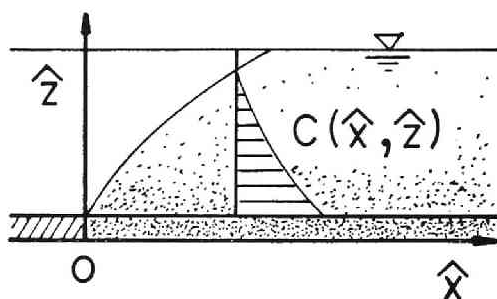


図 4.12 河床条件

$$C(X, z) = \int_0^X \frac{1}{\sigma} q_{su}(x_0) f(x_0, z, \tau_0) \frac{1}{u_p(\tau_0)} dx_0 \dots\dots\dots (4.17)$$

ここに、 $\tau_0 = (X - x_0) / u_p(\tau_0)$ である。 $u_p(\tau_0)$ は式(3.23)、(3.45)、(3.46)から計算される。

ここでは、等流かつ一樣砂を対象にしているので、 $q_{su}(x_0)$ や $f(x_0, z, \tau_0)$ は x_0 によらず、 $q_{su}(x_0) = q_{su}$ 、 $f(x_0, z, \tau_0) = f(z, \tau_0)$ とおける。したがって、式(4.17)は、

$$C(X, z) = \int_0^X \frac{1}{\sigma} q_{su} f(z, \frac{X - x_0}{u_p(\tau_0)}) \frac{dx_0}{u_p(\tau_0)} \dots\dots\dots (4.18)$$

または、

$$C(X, z) = \int_0^{\tau_X} \frac{1}{\sigma} q_{su} f(z, \tau_0) d\tau_0 \dots\dots\dots (4.19)$$

と書き換えられる。ここに、 $\tau_X = X / u_p(\tau_X)$ である。

以上より、 q_{su} を式(4.8)で算定し、 $f(z, \tau_0)$ を3.2で説明した方法で解析すれば、濃度が0から増加して平衡値に達する過程が計算され、平衡濃度分布は式(4.19)から次式のように表わされる。

$$C(z) = \int_0^\infty \frac{1}{\sigma} q_{su} f(z, \tau_0) d\tau_0 \dots\dots\dots (4.20)$$

上式は、粒径 d 、比重 σ / ρ 、摩擦速度 u_* 、平均水深 h 、平均流速 U 、相当粗度高 k_s 、揚圧力係

数 c ，遮蔽係数 k ，浮遊粒子の無次元存在高さ η_s ，動粘性係数 ν をパラメータとして計算される。

したがって，平衡浮遊砂量 q_s は式 (4.20) より，

$$q_s = \int_0^h C(z) u(z) dz \dots\dots\dots (4.21)$$

で計算される。ここに， $u(z)$ ：流下方向の平均流速分布関数である。

次に，式 (4.20) の妥当性について検討する。図 4.13 は，芦田・道上の濃度分布の実測値¹⁷⁾と式 (4.20) より計算した理論値を比較したものである。ただし， c ， k は図 2.16，2.17 より $c=1.8$ ， $k=1.0$ とし， η_s は 0.33 とおいた。理論値は実験値とよく適合しており，本理論の妥当性が示される。

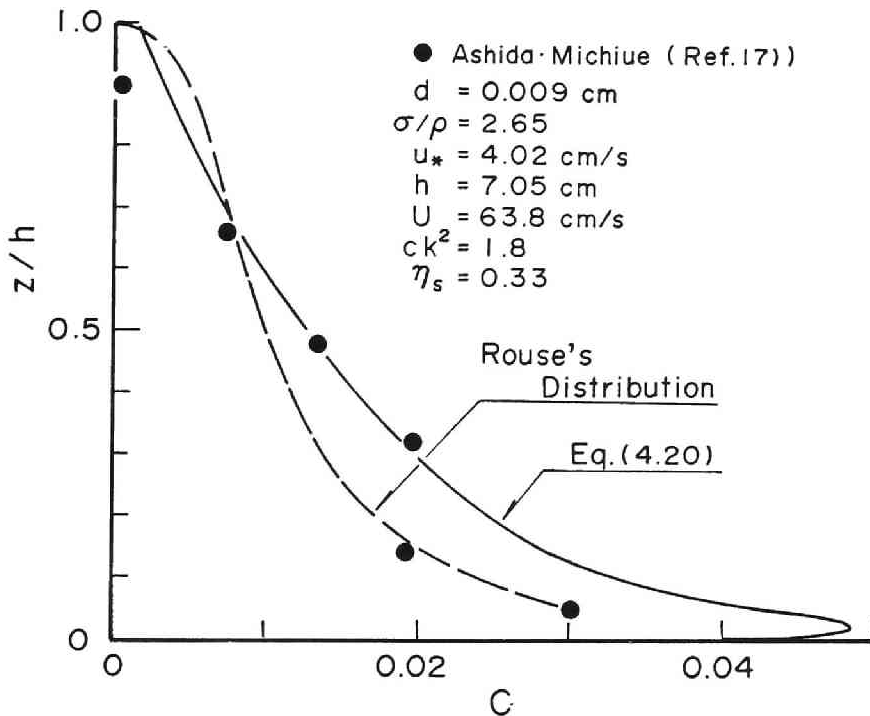


図 4.13 浮遊砂濃度分布の理論値と実験値との比較

図中の破線は，Rouse の濃度分布則と芦田・道上の基準点濃度の推定式から求めた理論曲線である。本理論値は Rouse 分布とはほぼ同じ値となっているが，Rouse 分布では浮遊砂層の下限值とその点の濃度を設定しなければならないのに対し，本理論ではその必要がなく，従来のあいまいな点の一つが解消されている。

図 4.14 は，岡部の行った実験¹⁸⁾に則して平衡濃度分布を計算した結果と実験結果を比較したものである。岡部の実験では，粗砂の頂部がその粒径の $1/4 \sim 1/3$ 程度突出するように砂粒子を敷いており，浮遊砂濃度には礫の遮蔽効果が影響しているものと考えられる。そこで，本理論値は図 2.17 より $k=0.7$ として算定されている。同図には，芦田・道上の基準点濃度の推定式と Rouse 分布から濃度

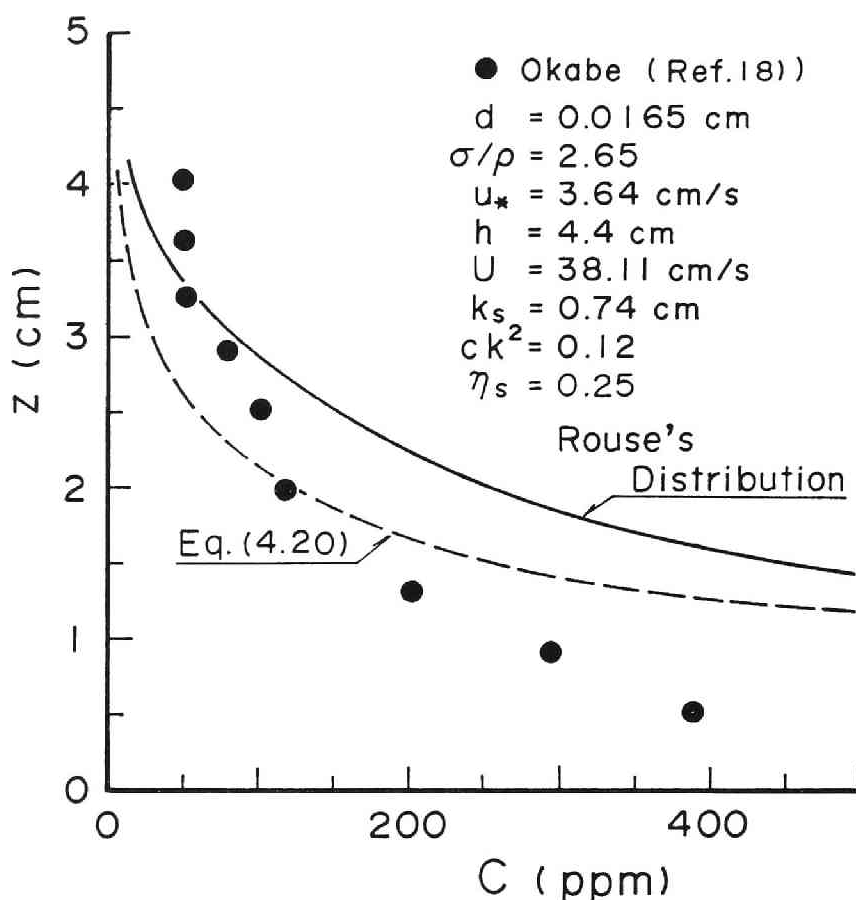


図 4.14 浮遊砂濃度分布の理論値と実験値との比較

分布を計算した結果も示されている。ただし、河床表面積に占める礫の突出面積の割合を考慮した。遮蔽効果を導入している本理論と従来の計算法では、濃度は2～3倍程度異なり、混合砂の場合遮蔽係数をいかに評価するかが重要であることがわかる。この図からは本理論値と実験値との適合性が十分であるとは言えず、もっと多くの実測値との比較検討が必要であると思われるが、礫の遮蔽効果がある場合でもほぼ本理論は適用可能であると考えられる。次に、濃度分布の発達過程について例示的に検討する。図 4.15 は $\sigma/\rho = 2.65$ ， $I = 1/500$ (エネルギー勾配)， $k_s/d = 2.0$ ， $ck^2 = 2.0$ ， $\eta_s = 0.5$ ， $\tau_* = 1.55$ ， $\hat{\nu} = 0.32$ に対する $z/h = 0.25$ ，0.5 および 0.75 の各地点の濃度の発達過程を示したもので、濃度はそれぞれの高さの平衡濃度で規準化されている。この図から、河床に近いほど濃度は平衡状態に早く近づくことがわかる。これについては実験より検証する必要があるが、Yalin らの実験¹⁹⁾でも同様の傾向が見られており、ほぼ妥当な結果であると思われる。また、この条件では、 $d = 0.01 \text{ cm}$ の粒子の場合、原点から約 20 m の地点で濃度分布が平衡に達する。

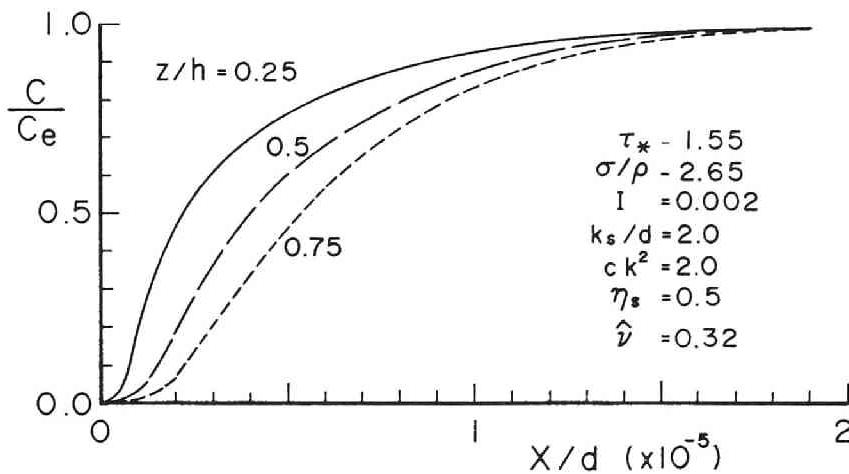


図 4.15 浮遊砂濃度分布の発達過程

4.3.3 非平衡浮遊砂量の算定法

アーマールコートの形成過程やダムの堆砂過程では、河床砂礫の浮上率や水理条件が場所的・時間的に変化するために、浮遊砂は非平衡状態となっている。非平衡浮遊砂量の算定のためには、浮遊粒子の運動履歴、すなわち粒子がいつ、どこで河床を離脱したかを知ることが重要である。したがって、浮上率 q_{su} と浮遊粒子の存在高さの確率分布 $f(z, \tau)$ が離脱時刻 $t = t_0$ と離脱地点 $x = x_0$ の関数となる。また、混合砂の場合を対象にすると、これらは遮蔽効果を考慮して求めなければならない。以下では、混合砂の中の粒径階 i の粒子（以後粒子 i ）の非平衡浮遊砂量について検討する。

いま、便宜上、 $x < 0$ および $t < 0$ で河床粒子の浮上がないものとし、粒子が河床を離脱して河床に戻るまでの間に水理条件が変化しないものとする、粒子 i の $x = X$ 、 $t = T$ における浮遊砂濃度分布は次式で示される。

$$C_i(X, z, T) = \int_0^{\tau_{maxi}} \frac{1}{\sigma} q_{sui}(x_0, t_0) f_i(x_0, z, \tau_0, t_0) d\tau_0 \dots\dots\dots (4.22)$$

ここに、 $\tau_0 = T - t_0$ 、 $X = x_0 + u_{pi}(\tau_0)\tau_0$ 、 $\tau_{maxi} = \min\{T, X/u_{pi}(\tau_{maxi})\}$ で、 $q_{sui}(x_0, t_0)$: $t = t_0$ 、 $x = x_0$ における粒子 i の浮上率、 $f_i(x_0, z, \tau_0, t_0)$: $t = t_0$ に $x = x_0$ から離脱した粒子が τ_0 時間後存在する高さの確率分布、 $u_{pi}(\tau_0)$: 粒子 i の浮上してから τ_0 時間後までの流下方向の時間平均移動速度である。

$q_{sui}(x, t)$ は式(4.8)より次式で計算できる。

$$q_{sui}(x, t)/\rho\sqrt{gd_i} = \frac{2}{3} K p_i \sqrt{\frac{6}{\pi} \frac{1}{s+1}} \int_{\eta_{0i}\sqrt{gd_i}}^{\infty} \frac{u_*}{\eta} \cdot \sqrt{c_i k_i^2 \eta - \frac{\pi}{8} C_{D0i} \xi_{0i}^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \eta^2\right) d\eta \quad (4.23)$$

ここに、 $\eta_{0i} = (\pi/8) C_{D0i} \xi_{0i}^2 / c_i k_i^2$ 、 $C_{D0i} = 2 + 24\nu / (w_{0i} d_i)$ 、 $\xi_{0i} = w_{0i} / u_*$ で、 d_i : 粒子 i の平均粒径、 w_{0i} : 粒子 i の平均沈降速度、 k_i : 粒子 i に対する遮蔽係数、 c_i : 粒子 i に対する揚圧力係数である。

$f_i(x_0, z, \tau_0, t_0)$ は平衡浮遊砂の場合と同様の方法で解析できる。したがって、 $t=T$ 、 $x=X$ における粒子 i の浮遊砂量 $q_{si}(X, T)$ は次式で求められる。

$$q_{si}(X, T) = \int_0^h C_i(X, z, T) u(z) dz \quad (4.24)$$

また、全浮遊砂量 $q_s(X, T)$ は次式となる。

$$q_s(X, T) = \sum_i q_{si}(X, T) \quad (4.25)$$

以上の諸式を使うと非平衡状態の浮遊砂量は、 d_i 、 σ/ρ 、 u_* 、 h 、 U 、 k_s 、 c_i 、 k_i 、 p_i をパラメータとして計算されるが、式(4.22)を計算するためには、任意の地点 x の $0 < t < T$ に対する $q_{sui}(x, t)$ や $f_i(x, z, \tau, t)$ を知る必要があり、解析はかなり複雑である。

4.3.4 $f(z, \tau)$ の簡易的算定法

3.2 で述べた $f(z, \tau)$ や $f_i(x, z, \tau, t)$ の算定法は、水理条件や材料条件によらず適用できるが、複雑な数値計算を必要とする。これは、粒子の鉛直方向の運動を運動方程式から解析しているためであり、Yalin らの研究¹³⁾と同様に粒子の鉛直方向の速度を $w_p = w_f - w_0$ で近似すれば解析はもっと簡単になる。粒径が小さいときや比重が1に近いときは、図3.4に示したように、乱れに対する粒子の追従性は良く、 $w_p = w_f - w_0$ とおくことができる。ここでは、このような場合を対象にするための、Yalin らのモデルを用いた $f(z, \tau)$ の簡易的解析法について述べる。

乱れの平均継続時間 t_{em} ごとに時間ステップを区切り、各ステップで鉛直方向の乱れ速度 w_f を平均0、標準偏差 u_* の正規分布で与える。粒子の鉛直方向の速度を w_0 で近似すると、ステップ n 後に $z = z_{pn}$ に存在する粒子がステップ $(n+1)$ 後に存在する高さ z_{pn+1} の確率分布は次式で表わされる。

$$g(z_{pn+1} | z_{pn}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi u_* t_{em}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{z_{pn+1} - z_{pn} + w_0 t_{em}}{u_* t_{em}} \right)^2 \right\} \quad (4.26)$$

この式は Yalin らが提示した式(4.11)と同型であり、 $\sigma_y = u_*$ とした場合に一致する。

ステップ1後の粒子の存在高さ z_{p1} は、粒子に作用する揚圧力や流体力を評価して、3.2で述べた手法より算定される浮上高さの平均値 \bar{z}_{p1} とする。これより、ステップ n 後の粒子の存在高さの確率

分布 $\eta_n(z_{pn})$ は、式 (4.12) と同様に次の漸化式から求められる。

$$\eta_1(z_{p1}) = \delta(z_{p1} - \bar{z}_{p1})$$

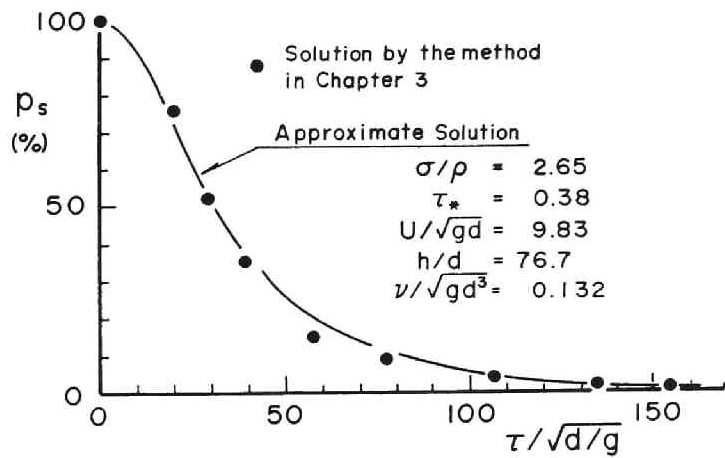
$$\eta_n(z_{pn}) = \int_0^h \eta_{n-1}(z_{pn-1}) g(z_{pn} | z_{pn-1}) dz_{pn-1} \dots\dots\dots (4.27)$$

t_{em} を式 (3.33) より求めると上式は計算でき、粒子が河床を離脱してから τ 時間後にステップ n の運動過程にあるとすれば、 $f(z, \tau)$ は

$$f(z, \tau) = \frac{(\tau - T_{n-1})\eta_{n-1}(z) + (T_n - \tau)\eta_n(z)}{t_{em}} \dots\dots\dots (4.28)$$

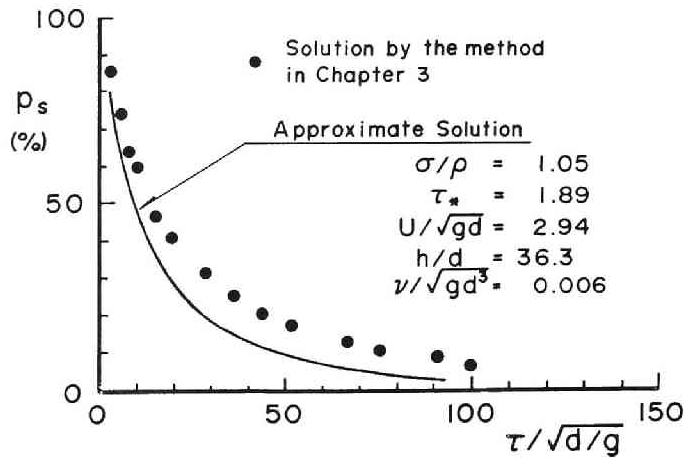
となる。ここに、 T_n : ステップ n の終了時刻である。

図 4.16 (a), (b) は $\sigma/\rho = 2.65$, $d = 0.18 \text{ mm}$, $u_* = 3.3 \text{ cm/sec}$, $U = 40.7 \text{ cm/sec}$, $h = 1.4 \text{ cm}$, $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{sec}$ および $\sigma/\rho = 1.05$, $d = 1.4 \text{ mm}$, $u_* = 3.6 \text{ cm/sec}$, $U = 34.4 \text{ cm/sec}$, $h = 5.08 \text{ cm}$, $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{sec}$ の条件で式 (4.28) から $p_s = \int_0^h f(z, \tau) dz$ を計算した結果と 3.2 の方法から p_s を求めた結果を比較したものである。 $d = 0.18 \text{ mm}$ の粒子の場合では両者は良く一致しているのに対し、 $d = 1.4 \text{ mm}$ の粒子の場合ではあまり一致していない。図 3.4 に示すように、 $\sigma/\rho = 1.05$, $d = 1.4 \text{ mm}$ の粒子は乱れとの追従性が $\sigma/\rho = 2.65$, $d = 0.18 \text{ mm}$ の粒子より悪いので、粒子の鉛直方向の移動量の標準偏差 σ_y は鉛直方向の乱れ強度より小さくなる。式 (4.26) では $\sigma_y = u_*$ とおいているので、このために、式 (4.28) から計算される p_s の値は過少に評価されたものと考えられる。したがって、この簡易法を用いるにあたっては、3.2 で提案した厳密な解析法との適合性を調べておく必要がある。



(a)

図 4.16 (a) 河床粒子の浮上後の浮遊確率



(b)

図 4.16(b) 河床粒子の浮上後の浮遊確率

4.4 拡散理論への本理論の適用

本理論の問題点は、平衡状態に対する浮遊砂量の計算でも数値解析に頼らざるを得ないことである。一方、拡散理論では、平衡濃度分布に関して言えば、たとえば Rouse 分布のように解析解が求められ、実用性の面では優れている。そこで、平衡濃度分布の算定の簡易的な方法として拡散理論を用いるために、その理論の問題点である拡散係数と基準点濃度について本理論に基づいて検討する。

4.4.1 粒子の拡散係数と濃度分布型

濃度分布の基準点の高さを $z=a$ とすると、その点の濃度は式 (4.20) より、

$$C_B = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sigma} q_{su} f(a, \tau_0) d\tau_0 \quad \dots\dots\dots (4.29)$$

で求められ、濃度分布型は次式となる。

$$C(z)/C_B = \int_0^{\infty} f(z, \tau_0) d\tau_0 / \int_0^{\infty} f(a, \tau_0) d\tau_0 \quad \dots\dots\dots (4.30)$$

図 4.17 および図 4.18 は、芦田・道上¹⁷⁾ および Vanoni・Nomicos¹⁵⁾ による平坦河床上の濃度分布型の実測値と式 (4.30) を計算した結果を比較したもので、参考のために Rouse の濃度分布

$$\frac{C}{C_B} = \left(\frac{h-z}{z} \frac{a}{h-a} \right)^Z, \quad Z = \frac{w_0}{\kappa u_*} \quad \dots\dots\dots (4.31)$$

も描かれている。本理論値の実験値との適合性の良否は明言できないが、これらの図ではほぼ良好な適合性を示している。

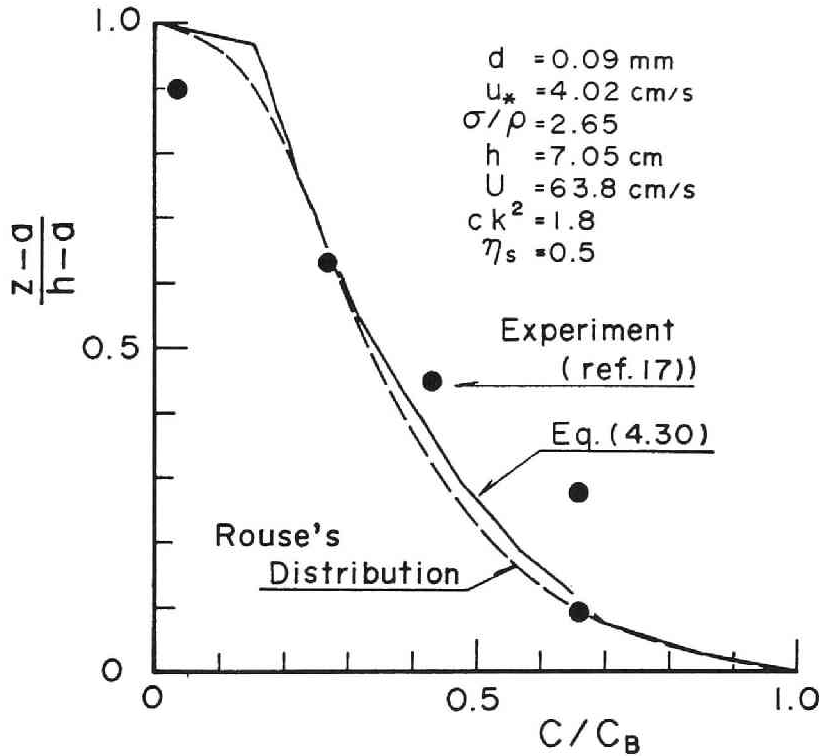


図 4.17 浮遊砂濃度分布型の理論値と実験値との比較

次に、式(4.30)と Rouse 分布との相異、すなわち両者の拡散係数の相異について検討する。図 4.17, 4.18 の結果から両者の類似性は予想されるが、 $d = 0.01 \text{ cm}$, $\sigma/\rho = 2.65$, $I = 1/1000$ の条件で、 $u_* = 1.5$ および 10 cm/sec のときの濃度分布を例示的に計算し、その結果より拡散係数 ϵ を求め Rouse の拡散係数 $\epsilon = u_* h z(1-z/h)$ と比較すると図 4.19 のようになった。この図より、本理論で濃度分布を計算した結果として得られる拡散係数は、 u_* が大きいとき Rouse の拡散係数にほぼ等しいが、 u_* が小さいとき Rouse の拡散係数よりかなり大きくなる。粒子の拡散係数 ϵ と過動粘性係数 ϵ_0 (Rouse の拡散係数) の比 $\beta = \epsilon/\epsilon_0$ の値は、辻本¹⁾ (1986) によると図 4.20 のようである。ただし、図中の描点は Coleman の濃度分布の実測値から求めた結果、実線は粒子の存在高さの確率分布に関する考察から導いた理論曲線である。本計算結果も同図に示すものと同様の傾向になった。したがって、図 4.20 を考慮して拡散係数を $\epsilon = \beta \epsilon_0$ で求めれば、平衡濃度分布は Rouse 分布で十分近似することができるものと考えられる。

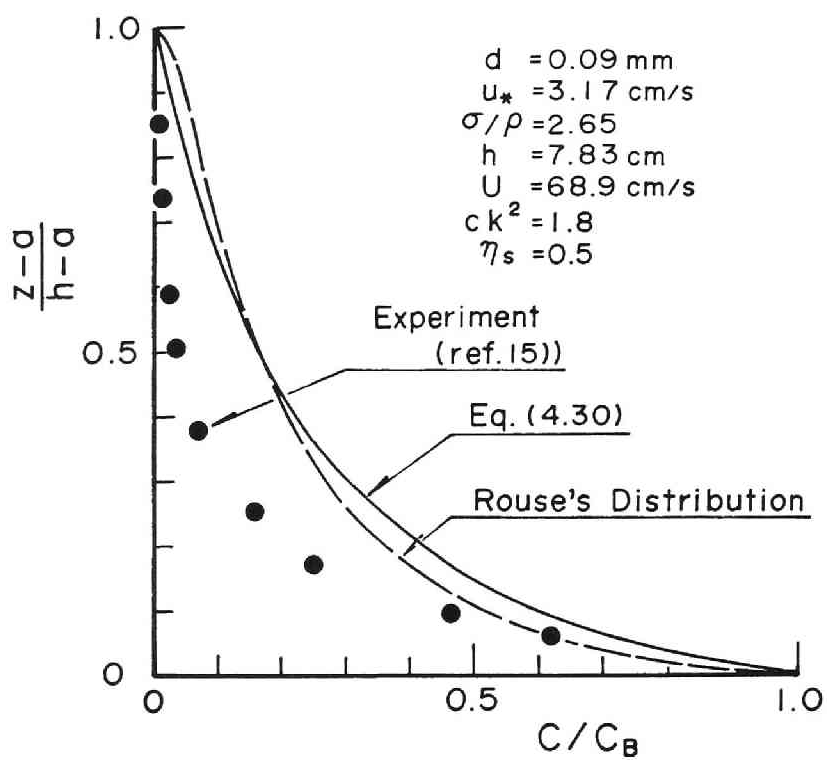


図 4.18 浮遊砂濃度分布型の理論値と実験値との比較

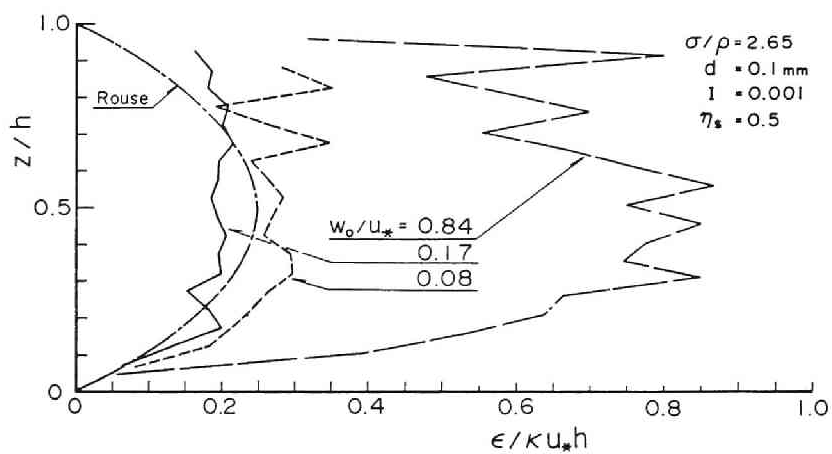


図 4.19 粒子の拡散係数の鉛直分布

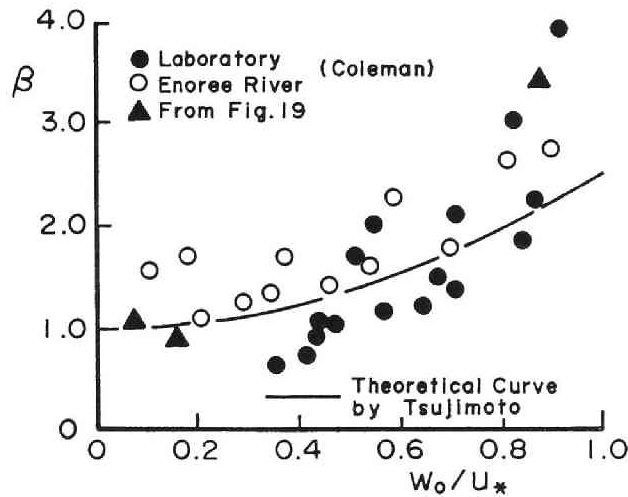


図 4.20 粒子の拡散係数と渦動粘性係数との比

4.4.2 基準点濃度

従来の基準点濃度の算定法の欠点は、基準点の高さがあいまいなことである。中川・辻本¹⁰⁾は、この点に鑑み、粒子のサルテーション運動から浮遊運動への遷移機構を考え、基準点のあいまいさを改善して、便宜上 $z/h = 5\%$ (従来、この位置を基準点としている研究が多い) の位置の濃度を基準点濃度として算定している。本理論でも、任意の高さの濃度が求まるので、 $z/h = 5\%$ の高さを基準点の位置として基準点濃度を計算する。

まず、本理論の妥当性について検証する。図 4.21 は比重 2.65、粒径 59μ と 163μ の砂粒子で構成された一様砂の場合について、基準点濃度 C_B の w_0/u_* による変化の実測値と計算値を比較したものである。実験値は第 2 章の浮遊限界に関する実験で得られたものである。両者は良く一致しており、 C_B と w_0/u_* の関係が粒径によって変わるという傾向も本理論でよく表現されている。したがって、本理論は C_B の計算に十分な精度で適用できる。

従来、 C_B を計算するときのパラメータは、芦田・道上の理論⁵⁾では、 w_0/u_* 、 σ/ρ 、Itakura・Kishi の理論⁶⁾では w_0/u_* 、 σ/ρ 、 d である。本理論では、 w_0/u_* 、 σ/ρ 、 d 、 c 、 k 、 I がパラメータとなり、河床条件 c 、 k と勾配 I が導入されている点が他の理論と異なる。 w_0/u_* 、 σ/ρ 、 d が等しいとき、水深は I によって決まるので、 I は乱れの規模を表すパラメータであるが、 I の変化は C_B にそれ程影響しない。また、 k は混合砂の場合の礫の遮蔽効果を表すパラメータであり、浮上率に及ぼす k の影響は図 4.3 に示すとおり非常に大きいので、 C_B の計算には k の評価が重要となる。さて、ここでは、一様砂の場合を対象として、すなわち $k=1$ のときの C_B の w_0/u_* と d による変化について調べよう。図 4.22 は、 $d = 0.01\text{ cm}$ および 0.02 cm の砂粒子

($\sigma/\rho=2.65$) に対して、 C_B の w_0/u_* による変化を計算した結果を示したものである。ただし、 $I = 1/1000$ とした。図中には、代表的な従来の研究として、芦田・道上⁵⁾ の式および Itakura-Kishi⁶⁾ の式が描かれている。本理論結果と他の理論結果の傾向はほぼ等しいが、浮遊限界付近の C_B の値がかなり相異している。本理論では、第2章で詳細に検討した浮遊条件が考慮されているために、図4.21に示されているように、浮遊限界付近の適合性が良い。

実際に、 C_B の算定にこの理論を用いる場合には、色々な条件に対して C_B と w_0/u_* の関係を求め、それを適当な関数で近似しておくと便利であろう。また、本理論では、 w_0/u_* が減少すると C_B の増加率が従来のものより小さくなる傾向がある。これについては、 $w_0/u_* < 0.1$ での実験を行ない、理論の妥当性を検証する必要がある。

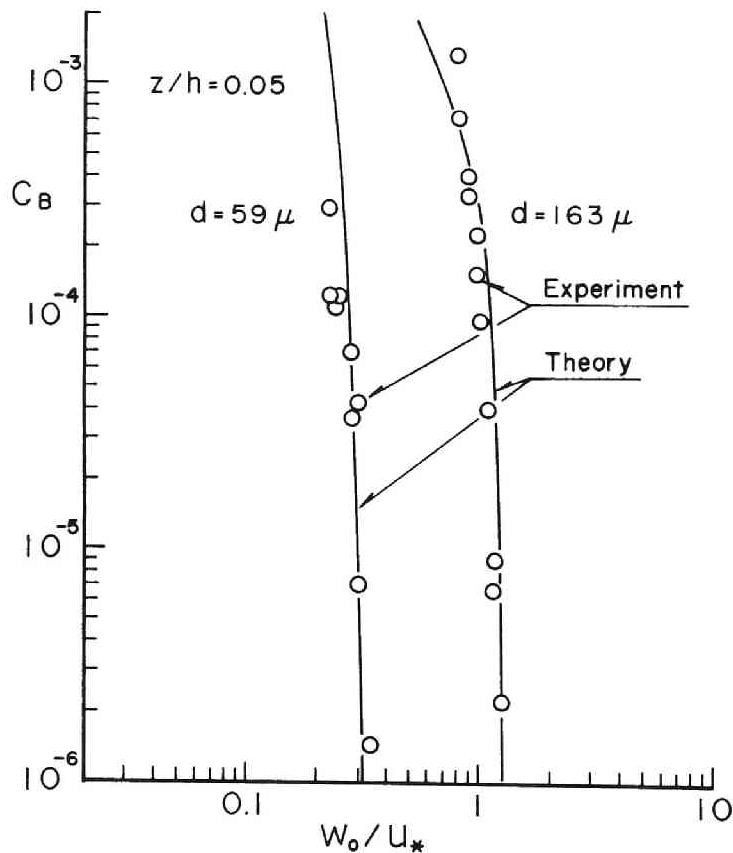


図 4.21 基準点濃度の理論値と実験値との比較

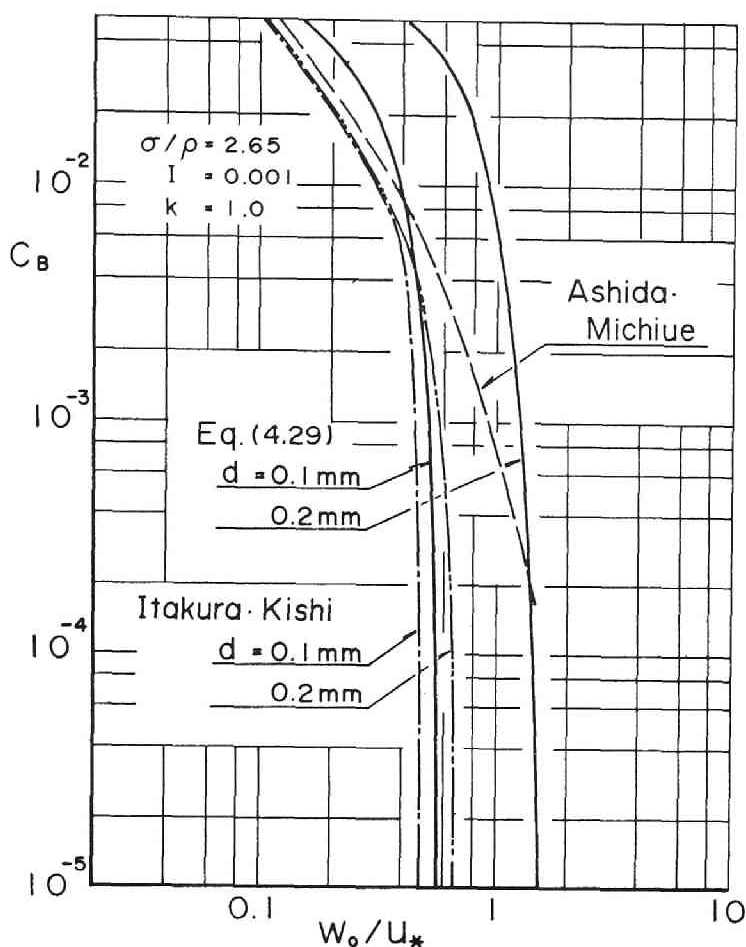


図 4.22 基準点濃度 ($\sigma/\rho = 2.65$, $I = 1/1,000$, $k = 1.0$)

4.5 結 語

本章では、前章の浮遊粒子の運動モデルを使って、河床砂礫の浮上率と平衡および非平衡浮遊砂量の算定法について検討した。浮遊砂量の算定は確率過程理論に基づいて行われたが、この手法は非定常状態や非平衡状態の浮遊砂量の計算に便利であるだけでなく、拡散理論の問題点である拡散係数や基準点濃度の推定に応用することもできる。本モデルでは、浮遊粒子の運動を運動方程式を用いて詳細に検討している点、浮上率を評価している点が従来の確率モデルと相異なる点である。したがって、基準点濃度の算定が不要となり、直接濃度分布が計算でき、また乱れとの追従性が良くないとき ($w_p = w_f - w_0$ とならないとき) にも本理論は適用できる。また、混合砂礫の場合にも適用できるように遮

蔽効果を考慮している点も特徴の一つである。以下、得られた主要な結果を整理する。

4.2 では礫の遮蔽効果を考慮した河床砂礫の浮上率の算定式を提示するとともに、その妥当性を実験から検証した。算定理論は、河床砂礫の浮遊砂への遷移時間より浮上率を計算するものであり、遷移時間 t_c は $t_c \propto d/w_{p0}$ という関係を仮定して求めた。従来の理論も同様の考え方のものが多いが、本理論は河床砂礫の浮上機構に基づいており、揚圧力の確率分布に礫の遮蔽効果を考慮して混合砂礫の場合にも適用できるように詳細に導かれている。この理論式では、河床表面の砂粒子が浮上可能な状態にある確率に関する係数 K が唯一の実験定数であるが、この値は実験値との適合性から 0.035 と決定された。この値は砂粒子と砂粒子のかみ合わせの状態から物理的に説明でき、このことは本理論の妥当性を示唆するものである。

4.3 では、前章で行った河床粒子の浮遊運動の確率的解析法と 4.2 の浮上率の予測式から、平衡および非平衡浮遊砂量の算定法について検討した。本理論によると濃度分布が直接計算でき、従来あいまいであった基準点の高さとその点の濃度を求める必要がないだけでなく、非平衡浮遊砂量の算定が容易になる。

4.3 で提示した浮遊砂濃度分布の解析法の特徴は、上述したことのほかに、拡散係数や基準点濃度について検討できることである。平衡浮遊砂量の算定において、本理論は数値解析によらざるを得ないが、一方、拡散理論では、拡散係数や基準点濃度が明らかになればたとえば Rouse 分布のような解析解が得られているので、実用性の面では優れている。そこで、4.4 では本理論の拡散理論への適用として、拡散係数と基準点濃度を検討した。まず、 w_0/u_* の値を変えて拡散係数 ε を求め、渦動粘性係数 ε_0 との比をとると、 w_0/u_* が大きくなると $\varepsilon/\varepsilon_0$ は大きくなる傾向が得られ、従来の知見と同様の傾向となった。したがって、 w_0/u_* による $\varepsilon/\varepsilon_0$ の値を正確に評価すれば、拡散係数については従来通り Rouse の分布を使って表示できるものと考えられる。つぎに、本章で提案した基準点濃度 C_B の解析法は、比重 σ/ρ 、粒径 d 、沈降速度と摩擦速度の比 w_0/u_* 、遮蔽係数 k 、勾配 I をパラメータとして計算され、一様砂、混合砂を問わず適用できる。とくに、比重一定の一様砂 ($k=1$) の場合では、 d と w_0/u_* が重要なパラメータであり、 C_B の w_0/u_* による変化を d をパラメータとして計算した一例を示した。本理論では、第 2 章で検討した浮遊限界が十分考慮されているために、浮遊限界付近の適合性もかなり良好である。

参 考 文 献

- 1) 辻本哲郎：乱流による土砂輸送—浮遊砂の拡散係数に対する検討—，第30回水理講演会論文集，1986，pp.637-642.
- 2) Apmann, R.P. and R.R. Rumer: Diffusion of sediment in developing flow, Proc. ASCE, Vol. 96, HY1, 1970, pp.109-123.
- 3) 岡部健士：貯水池における堆砂過程とその予測に関する基礎的研究，京都大学学位論文，1982，pp.47-53.
- 4) 芦田和男・藤田正治・向井 健：河床砂礫の浮上率と浮遊砂量，京都大学防災研究所年報，第28号 B-2，昭和60年，pp.353-366.
- 5) 芦田和男・道上正規：浮遊砂に関する研究 (1) —河床付近の濃度—，京都大学防災研究所年報，第13号 B-2，昭和45年，pp.233-242.
- 6) Itakura, T. and T. Kishi: Open channel flow with suspended sediments, Proc. ASCE, HY8, 1980, pp.1325-1343.
- 7) 平野宗夫：浮遊砂の流入による貯水池の堆砂過程，九大工学集報，第42巻第6号，1970，pp.836-842.
- 8) Lane, E. W. and A. A. Kalinske: The relation of suspended to bed material in rivers, Tran. AGU, 1939.
- 9) Einstein, H. A. : The bed load function for sediment transportation in open channel flow, USDA, Soil Conservation Service, Technical Bulletin, No.1026, 1950, pp.1-71.
- 10) 中川博次・辻本哲郎・村上正吾・小薮 仁：浮遊砂の基準面濃度の推定について，第28回水理講演会論文集，1984，pp.665-670.
- 11) 久保輝一郎・水渡英二・中川有三・早川宗八郎：粉体，丸善，1964，pp.208-211.
- 12) Bechteler, W. and K. Färber: Stochastic model of suspended solid dispersion, Proc. ASCE. Journal of Hydraulic Engineering, Vol.111, No.1, 1985, pp.64-78.
- 13) Yalin, M. S. and B. M. Krishnappan: A probabilistic method for determining the distribution of suspended solids in open channels, I. A. H. R., International symposium on river mechanics, 1973, A52-1-A52-12.
- 14) 吉川秀夫・石川忠晴：流砂運動のモデル化とそれに基づく流砂量の算定法について，土木学会論文報告集，第269号，1978，pp.53-63.
- 15) Vanoni, V. A. and G. N. Nomicos: Resistance properties of sediment-laden stream, Trans. ASCE, Vol.125, 1960, pp.1140-1167.
- 16) 佐藤清一・吉川秀夫・芦田和男：河床砂礫の掃流運搬に関する研究 (I)，建設省土木研究所報告，第98号，1958，p.18.
- 17) 芦田和男・道上正規：浮遊砂に関する実験的研究，京都大学防災研究所年報，第10号 B，昭和42

年, pp.63-79.

- 18) 岡部健士：貯水池における堆砂過程とその予測に関する基礎的研究，京都大学学位論文，1982, pp.38-47.
- 19) Yalin, M. S. and G. D. Finlayson: On the development of the distribution of suspended load, Proc. of IAHR, Vol.1, Turkey, 1973, pp.287-294.

第5章 浮遊砂を伴うアーマーコートの形成過程に関する研究

5.1 概 説

山地河川の特徴の一つに、河床材料が混合砂礫で構成されておりアーマーコートの形成・破壊が繰り返されていることが挙げられる。アーマーコートが一旦形成されると、河床表面の最大粒径程度の礫が移動しないような水理条件ではアーマーコートは破壊されず、流送土砂量もそれほど多くない。しかし、最大粒径程度の礫が移動するような水理条件では、アーマーコートが破壊され、その下層の土砂が掃流砂や浮遊砂として輸送され、流送土砂量は急激に増大し、やがてその条件に対応したアーマーコートが再び形成される。したがって、山地河川の流砂量を予測するためには、アーマーコートの破壊機構や形成機構を解明することが重要である。従来、Gessler¹⁾(1970)、河村²⁾(1971)、平野³⁾(1971)、芦田・道上⁴⁾(1971)、中川・辻本⁵⁾(1977)は掃流砂を対象にしてアーマーコートの形成過程について検討しているが、浮遊砂が存在する場合についてはほとんど行われていない。しかし、実河川の河床材料にはシルトや細砂が多量に含まれている場合が多く、それらは主として浮遊形態で輸送されるので、浮遊砂を伴ったアーマリング現象を解明することが不可欠である。本章では、第4章で提案した非平衡浮遊砂量の算定法の適用例として、アーマーコートの形成過程における非平衡浮遊砂の算定問題を取り上げ、浮遊砂を伴った場合のアーマーコートの形成過程の解析法について検討する。

従来、アーマーコートの形成過程に関する研究には、(1)河床表面の砂礫の流出確率を混合砂礫の限界掃流力から求め、流出土砂やアーマーコートの粒度分布の予測法を検討したもの^{1),2)}(2)流水の連続式と運動方程式、混合砂礫の限界掃流力の式、流砂の連続式および流砂量式から決定論的手法に基づいて、河床変動の予測法や河床表面の粒度分布や流砂量の時間変化の計算法を検討したもの^{3),4)}と流砂の非平衡性に着目した砂粒子の運動の確率過程論的モデルによるもの⁵⁾がある。実河川では、大小の洪水が繰り返し生じており、また流れが非定常であるために、このことを考慮すると(2)の手法によってアーマリング現象を解析することが望ましく、掃流砂を対象にした場合については、この手法によってアーマーコートの形成過程がかなり詳細に模擬できるようになっている。しかし、浮遊砂が存在する場合についてはアーマーコートやその下層からの浮遊砂の流出機構が明確でないために、ほとんど研究されていない。そこで、本研究では、前章までで得られた粗面上の粒子の浮遊機構とそのモデル化に関する成果を用いて、アーマーコートの形成過程に伴って生じる浮遊砂量の算定法について検討する。

アーマーコートの形成過程における浮遊砂量の算定では、浮遊砂の非平衡性や運動履歴を明らかにすることが重要である。非平衡性は浮遊砂のステップレングスと河床砂礫の浮上率の流下方向への変化に起因する。掃流砂の場合、ステップレングスは粒径の100倍程度と考えられそれ程長くないので、各断面で平衡性を仮定して平衡状態の掃流砂量式を使っても問題はない場合も多いものと思われる。しかし、浮遊砂のステップレングスは第3章で検討したように、洪水時には粒径の 10^6 倍以上にもなると考え

られ、平衡浮遊砂量式を用いることはできない。また、砂粒子の浮遊時間が十分長い場合、その間に河床条件がかなり変化するので、浮遊状態にある粒子がいつ、どこから浮上したものかという情報を知っておく必要がある。このような非定常（アーマーコートの伝播による非定常）かつ非平衡な浮遊砂量の算定を行う場合、拡散理論を用いるとその境界条件の設定法や拡散方程式の解法が複雑になるが、第4章で提案した確率過程理論によると、現時点より以前の河床条件と水理条件が既知であれば、河床から浮上する粒子の確率的な運動の重ね合わせとして浮遊砂濃度分布が比較的簡単に計算される。

本研究では、一様な混合砂で構成された河道に定常流量が与えられたときのアーマーコートの形成過程とそれに伴う非平衡浮遊砂の解析法について検討し、その妥当性を実験から検証する。本モデルは掃流砂を対象にした平野のモデル³⁾に浮遊砂を含めて考えるものとし、浮遊砂量の解析には確率モデルを用い、その非平衡性を十分考慮するものとする。

5.2 アーマーコートの形成過程のモデル化⁶⁾

5.2.1 流砂の交換モデル

実河川では、アーマーコートの形成と破壊が繰り返されているので、そのことを統一的に説明できる流砂の交換モデルを考案する必要がある。Gessler¹⁾によるとアーマーコートの形成過程は、河床勾配のほとんど変化しない parallel degradationと河床勾配が次第に緩くなる rotational degradation に分類される。前者は混合砂礫中の最大粒径程度の礫が移動しないときに生じ、後者はそれが移動するときに生じる。アーマーコートは後者の条件のとき破壊されると考えられるが、そのときの河床砂礫の流出機構についてはまだ十分わかっていない。そこで、本研究では、parallel degradation の状態を対象にすることにする。

河床条件は図5.1に示すとおりで、上流 ($x < 0$) で固定床、その区間より下流 ($0 \leq x$) で一様な混合砂礫の移動床とする。河床変動や河床材料の粒度分布および流砂量の変化を計算するためには河床面における砂礫の交換現象をモデル化しなければならない。平野³⁾は、河床表面に最大粒径 δ の厚みの層を考え、その層中で流砂が混合されると考えた。最大粒径の礫が移動しないような条件では、このことは妥当であると考えられるので、ここでもこの考え方に従って河床における流砂の交換現象をモデル化する。図5.2はそれを模式図で示したもので、厚さ δ_{mix} の混合層における掃流砂、浮遊砂および河床砂のフラックスを流下方向の微小区間 Δx に対して図示したものである。これより、

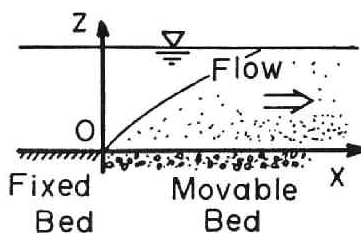


図 5.1 河床条件

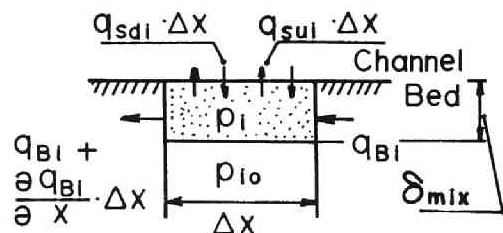


図 5.2 粒子の交換モデル

河床材料の空隙率 λ が変化しないものとする、流砂の連続式は次式ようになる。

$$\frac{\partial z_s}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial q_B}{\partial x} + \frac{(q_{su} - q_{sd})/\sigma}{1-\lambda} = 0 \quad \dots\dots\dots (5.1)$$

ここに、 $q_B = \sum_i q_{Bi}$ 、 $q_{su} = \sum_i q_{sui}$ 、 $q_{sd} = \sum_i q_{sdi}$ であり、 q_{Bi} ：粒径階 i の粒子の掃流砂量、 q_{sui} ：粒径階 i の粒子の浮上率、 q_{sdi} ：粒径階 i の粒子の沈降率（単位時間、単位面積当たり沈降する粒子の質量）、 z_s ：河床表面の高さである。

また、河床砂礫の粒度分布の連続式は parallel degradation を対象にしているので次式で表される。

$$\frac{\partial p_i}{\partial t} = \frac{1}{\delta_{mix}} \left\{ -\frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial q_{Bi}}{\partial x} - \frac{(q_{sui} - q_{sdi})/\sigma}{1-\lambda} - \frac{\partial z_s}{\partial t} p_{0i} \right\} \dots\dots\dots (5.2)$$

ここに、 p_i ：粒径階 i の粒子の混合層内における粒度割合、 p_{0i} ： p_i の初期値（混合層より下部での値）である。

5.2.2 流砂量式

式（5.1）および（5.2）中の掃流砂量 q_{Bi} 、浮上率 q_{sui} および沈降率 q_{sdi} は以下に示す式で計算される。

(1) 掃流砂量式

掃流砂の解析も後述する浮遊砂量の計算法と同様に非平衡性を考慮すべきであるが、浮遊砂のステップレングスに比べて掃流砂のステップレングスは非常に短いので、各地点で平衡状態に達しているとして、芦田・道上の平衡掃流砂量式⁷⁾

$$\frac{q_{Bi}}{p_i u_* d_i} = 17 \tau_{*i} \left(1 - \frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*i}} \right) \left(1 - \sqrt{\frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*i}}} \right) \dots\dots\dots (5.3)$$

を用いる。ここに、 τ_{*i} ：粒子 i に対する無次元掃流力、 τ_{*ci} ：粒子 i に対する無次元限界掃流力で、 $\tau_{*i} = u_*^2 / s g d_i$ 、 $s = \sigma / \rho - 1$ である。

τ_{*ci} の計算には、Egiazaroffの粒径別限界掃流力の式⁸⁾と芦田・道上によるその修正式⁷⁾

$$\frac{d_i}{d_m} \geq 0.4 ; \frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*cm}} = \left\{ \frac{\log_{10} 19}{\log_{10} (19 d_i / d_m)} \right\}^z \dots\dots\dots (5.4)$$

$$\frac{d_i}{d_m} < 0.4 ; \frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*cm}} = 0.85 \frac{d_m}{d_i} \dots\dots\dots (5.5)$$

を用いる。ここに、 d_m ：混合層の中の砂礫の平均粒径、 τ_{*cm} ：粒径 d_m の粒子に対する無次元限界掃流力である。

(2) 非平衡浮遊砂量式

非平衡浮遊砂量は式(4.22)、(4.23)および(4.24)より計算できるが、粒子の流下方向の移動速度 u_p が河床を浮上してからの経過時間 τ の関数となるため計算が複雑になる。そこで、ここでは u_p を流下方向の平均流速 U と関連付け

$$u_p(\tau) = \bar{u}_p = k_u U \quad \dots\dots\dots (5.6)$$

として解析を簡単にする。ここに、 k_u ：比例定数であり、この決め方が問題であるが、粒子の浮遊時間の平均値に対する u_p を式(3.32)、(3.44)、(3.45)および(3.46)より求め、それより k_u を算定するものとする。

非平衡浮遊砂濃度分布は式(4.22)に示すように、

$$C_i(X, z, T) = \int_0^{\tau_{maxi}} \frac{1}{\sigma} q_{sui}(x_0, t_0) f_i(x_0, z, \tau_0, t_0) d\tau_0 \quad \dots\dots\dots (5.7)$$

と表わされるが、式(5.6)を仮定すると $\tau_0 = (X - x_0) / \bar{u}_p$ とおけるので、次式のように変形される。

$$C_i(X, z, T) = \int_{x_{min}}^X \frac{1}{\sigma} q_{sui}\left(x, T - \frac{X-x}{\bar{u}_p}\right) \frac{f_i\left(x, z, \frac{X-x}{\bar{u}_p}, T - \frac{X-x}{\bar{u}_p}\right)}{\bar{u}_p} dx \quad \dots\dots\dots (5.8)$$

ただし、 $x_{min} = \max(0, X - \bar{u}_p T)$ である。

式(4.24)中の $u(z)$ も \bar{u}_p で近似すると、非平衡浮遊砂量は式(5.8)より次式で計算される。

$$\begin{aligned} q_{si}(X, T) &= \int_0^h \int_{x_{min}}^X \frac{1}{\sigma} q_{sui}\left(x_0, T - \frac{X-x_0}{\bar{u}_p}\right) f_i\left(x_0, z, \frac{X-x_0}{\bar{u}_p}, T - \frac{X-x_0}{\bar{u}_p}\right) dx_0 dz \\ &= \int_{x_{min}}^X \frac{1}{\sigma} q_{sui}\left(x_0, T - \frac{X-x_0}{\bar{u}_p}\right) p_{si}\left(x_0, \frac{X-x_0}{\bar{u}_p}, T - \frac{X-x_0}{\bar{u}_p}\right) dx_0 \quad \dots\dots\dots (5.9) \end{aligned}$$

ここに、 $p_{si}(x_0, \tau, t_0)$ は河床を離脱した粒子 i が τ 時間後に浮遊状態にある確率で、

$$p_{si}(x_0, \tau, t_0) = \int_0^h f_i(x_0, z, \tau, t_0) dz \quad \dots\dots\dots (5.10)$$

と表わされる。

式(5.9)は河床の粒度分布と水理条件の時系列が各断面で与えられると計算される。

(3) 沈降率の算定法

沈降率は浮上率(式(4.8))と p_{si} (式(5.10))より次式を用いて計算される。

$$q_{sdi}(X, T) = \int_{x_{min}}^X \frac{1}{\sigma} q_{sui}(x_0, T - \frac{X - x_0}{\bar{u}_p}) \frac{d}{dx_0} p_{si}(x_0, \frac{X - x_0}{\bar{u}_p}, T - \frac{X - x_0}{\bar{u}_p}) dx_0 \quad \dots\dots\dots (5.11)$$

5.3 浮遊砂を伴うアーマールコート形成過程に関する実験⁶⁾

5.3.1 実験の概要

アーマールコートの形成過程とそのときの浮遊砂の非平衡性について考察するために、二粒径混合砂を用いて以下のような実験を行った。実際問題と照らし合わせて考えるためには、連続的な粒度分布の材料を用いるべきであるが、実験上の簡便さと次節で行う本実験のシミュレーションを容易にするために本実験では二粒径混合砂を用いる。

実験は幅30cm、長さ8m、勾配0.008の水路を用いて行った。実験用砂は、平均粒径 $d_1 = 2.66$ mmの礫(Sand 1)と平均粒径 $d_2 = 0.18$ mmの細砂(Sand 2)を約7:4の割合で混合したもの(Sand M)であり、その粒度分布を図5.3に示す。Sand Mを5.5mの区間に、河床表面が粗にならないように注意を払って敷き、この区間の上流と下流側は固定床とした。実験条件は、単位幅流量 $q = 57 \text{ cm}^2/\text{sec}$ 初期摩擦速度 $u_{*0} = 3.3 \text{ cm/sec}$ であり、このときSand 2のみが流送されアーマールコートが形成された。測定項目は、河床位、水位、浮遊砂量、下流端全流砂量、河床表面の粒度分布などであり、浮遊砂は初期河床から一定の高さに設置された直径0.75cmのサイフォンを用いて流下方向に4ヶ所の地点で採集された。なお x 軸の原点は移動床部の下流端とし、上流方向を正方向とする。

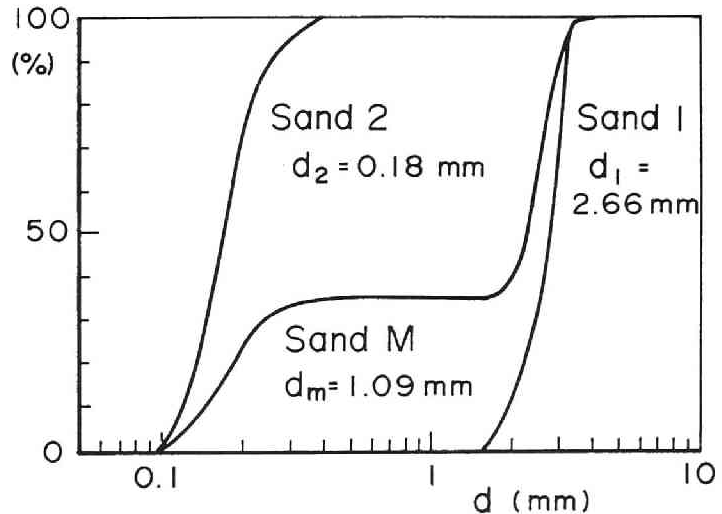


図 5.3 実験用砂の粒度分布

5.3.2 実験結果とその考察

図 5.4 は河床位と水位の時間変化を示したもので、ほぼ等流が維持されていることがわかる。河床は時間経過とともに低下しているが、低下量は全区間にわたって大体等しく parallel degradation が生じているとみなせる。

図 5.5 は、平均水深 h 、平均摩擦速度 u_* 、河床の平均粒径（流下方向の平均値） d_m 、相当粗度高さ k_s および下流端（ $x = 0$ m）における全流砂量 q_T の時間変化を示したものである。 h や u_* は時間的にほぼ一定であり、この事からも本実験の河床低下は parallel degradation であると言える。 d_m や k_s はアーマーコートの発達とともに次第に増加し、 q_T は逆に減少している。

図 5.6 は、 $x = 0, 2, 4$ および 5.5 m の位置における河床表面の砂礫に占める礫の割合 p_1 の時間変化を示したものである。アーマーコートが伝播する様子がこの図からうかがえる。この図と図 5.5 から、通水後約 50 分で下流端までアーマーコートが伝播していることがわかる。

図 5.7 は、 $x = 0, 2, 4$ および 5 m の各断面における高さ $z = 1$ cm の位置の浮遊砂濃度の時間変化を示したものである。浮遊砂の採集高さは河床低下のために変化するので、濃度分布が Rouse 分布に近似できるものとして、実測の濃度を $z = 1$ cm における値にサイフォンの形状（直径 0.75 cm の円形）を考慮して換算した。図 5.8 は $z = 1$ cm における濃度の流下方向の変化を時間をパラメータにして示したものである。また、図 5.9 および図 5.10 は、 $z = 1$ cm における浮遊砂濃度と Rouse 分布および対数則から $x = 0, 2, 4$ および 5 m における浮遊砂量を推定し、各断面の浮遊砂量の時間変化と浮遊砂量の流下方向の変化を示したものである。Rouse 分布を用いて上述のような換算を行ったことは、浮遊粒子の運動を詳細にモデル化して浮遊砂量を算定しようとする本論文の主旨から外れるものであるが、濃度分布型については本論文の結果と Rouse 分布はそれ程極端に異なるとは考えられないので、上述のような計算は近似的に適用できるものと思われる。水路長が短いため浮遊砂が平衡状態になっている区間が明確でなく、またアーマーコートの伝播速度が速いため、通水開始後数分間で全区間が非平衡領域になっており、詳細なことは言えないが、これらの図より、浮遊砂濃度や浮遊砂量は非平衡となっており、非平衡状態の区間は時間の経過とともに下流へ広がる傾向があることがわかる。図 5.6 に示すように、通水開始後 30 分間で河床表面の粗粒化が急速に進んでおり、浮遊砂量も図 5.9 のように最初の 30 分間で急減している。

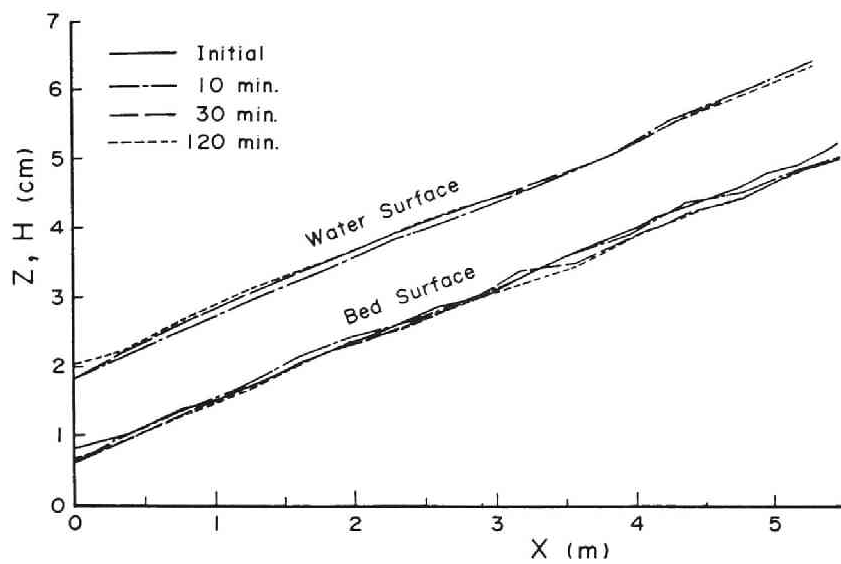


図 5.4 水面形と河床形

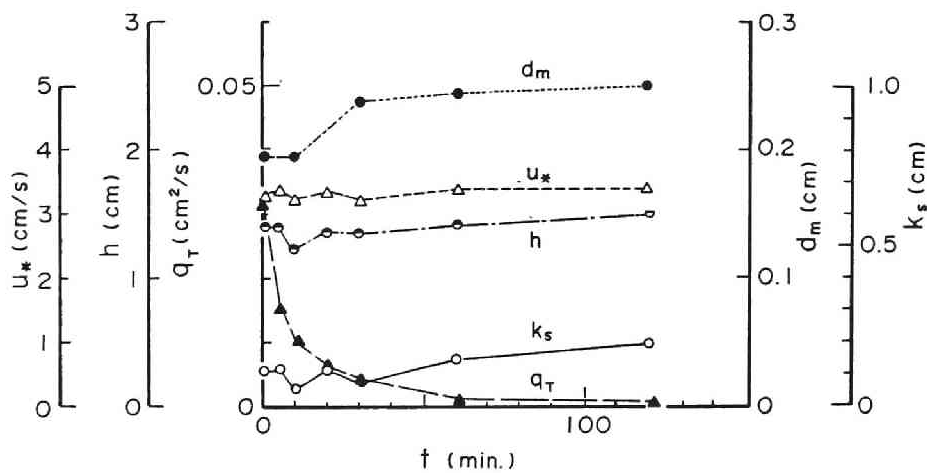
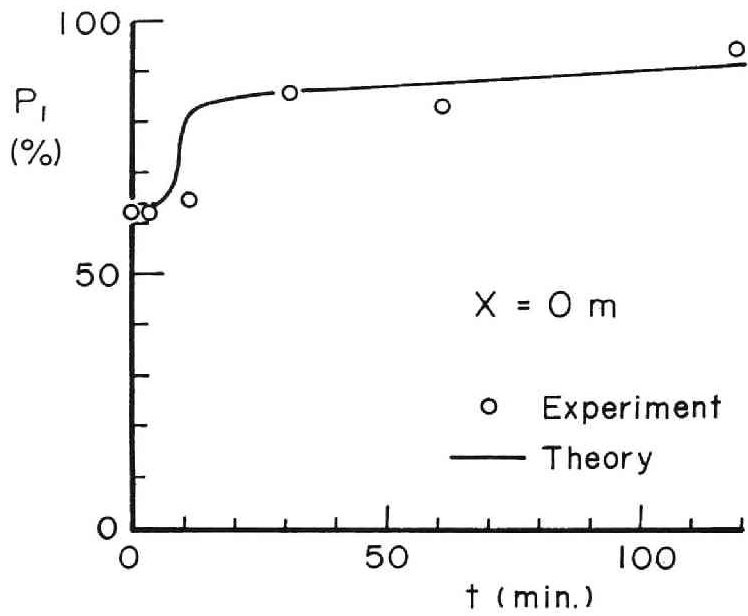
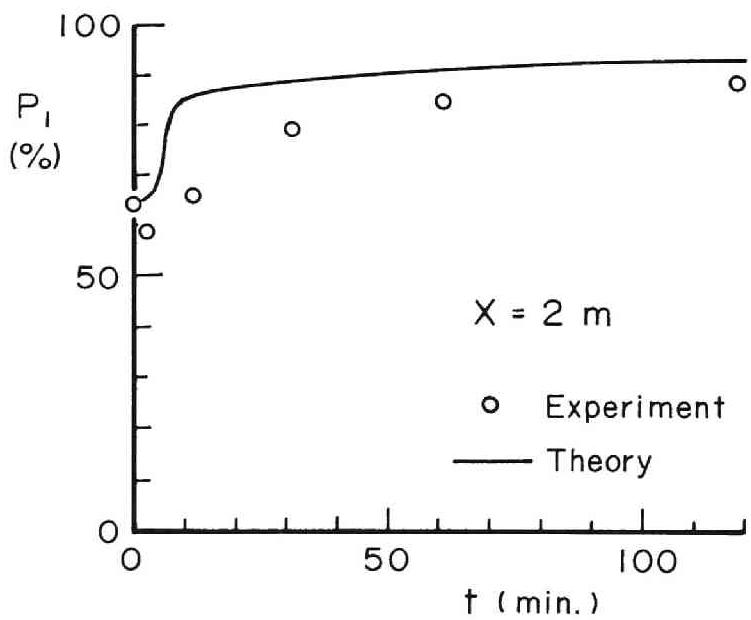


図 5.5 摩擦速度，水深，全流砂量，河床砂の平均粒径および相当粗度高さの時間変化

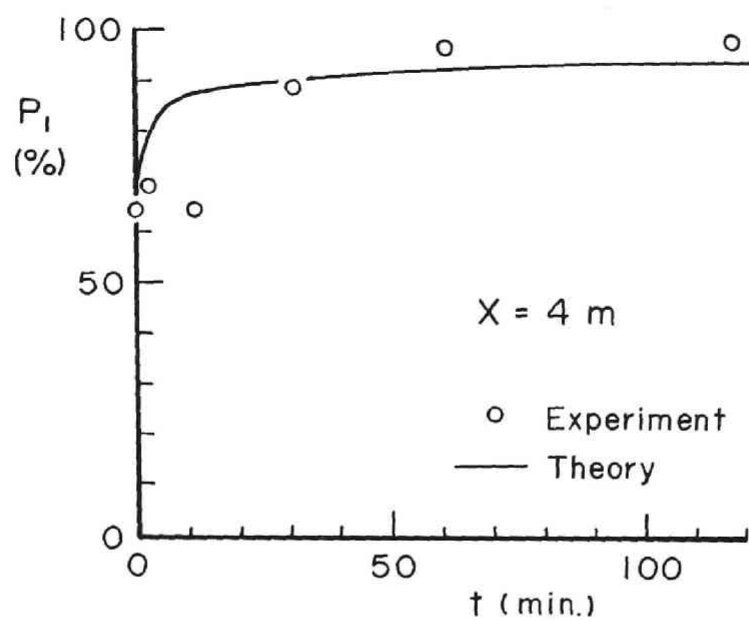


(a)

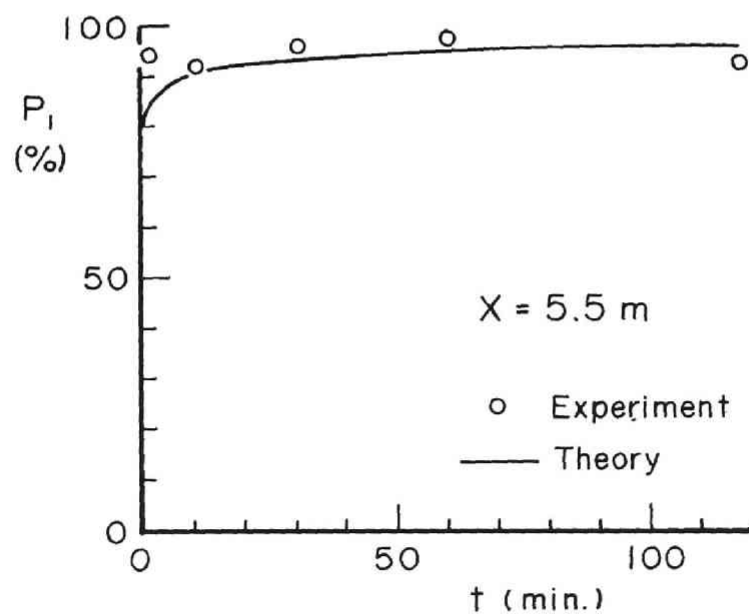


(b)

図 5.6 (a), (b) 河床表面の粗砂の混合割合の時間変化



(c)



(d)

図 5.6 (c), (d) 河床表面の粗砂の混合割合の時間変化

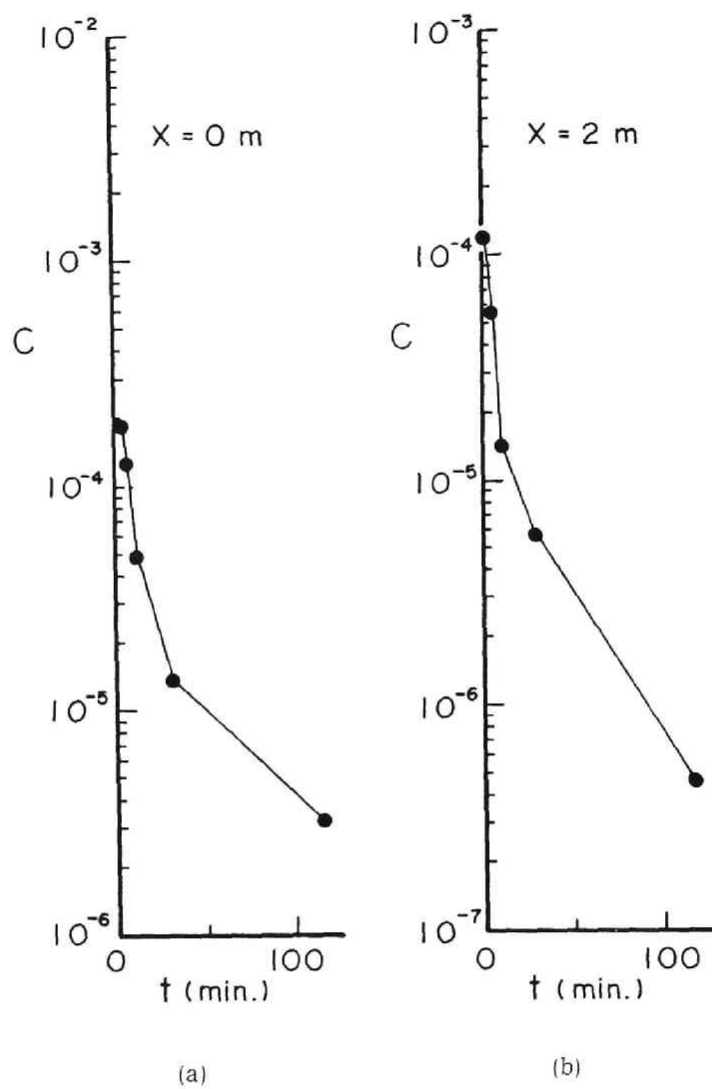
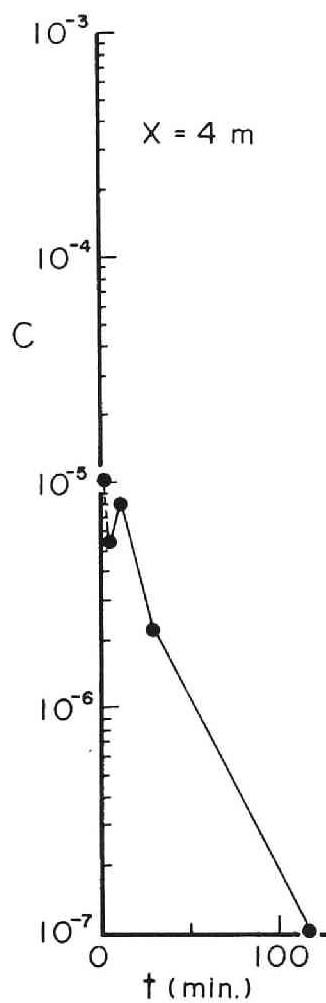
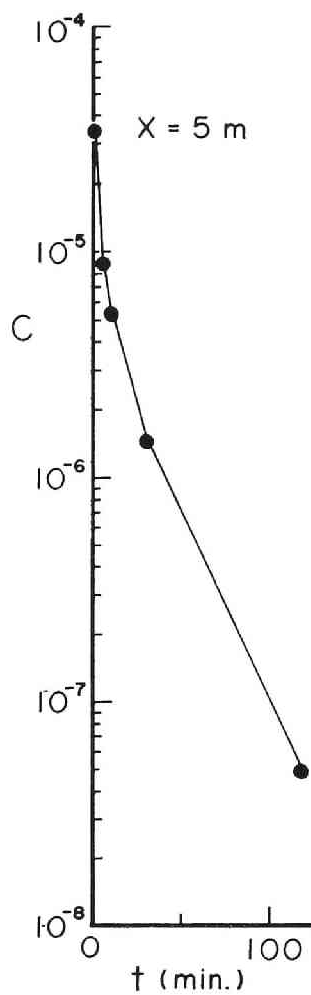


図 5.7 (a), (b) 浮遊砂濃度の時間変化



(c)



(d)

図 5.7 (c), (d) 浮遊砂濃度の時間変化

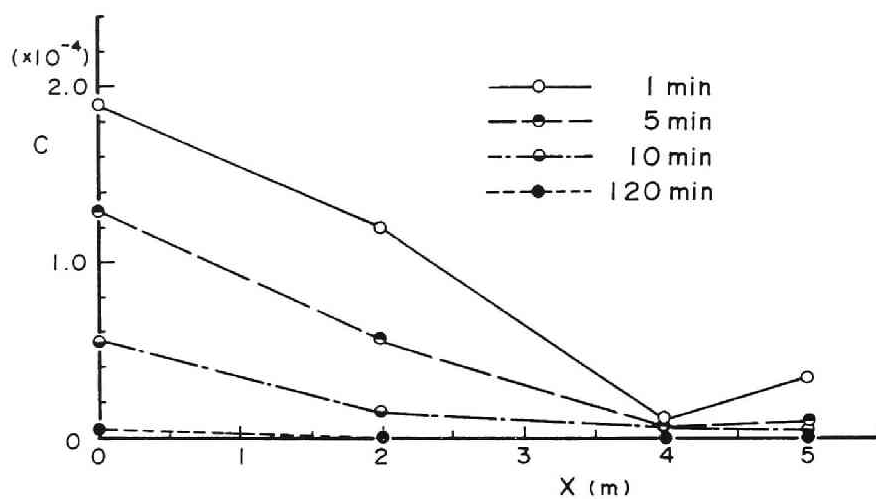
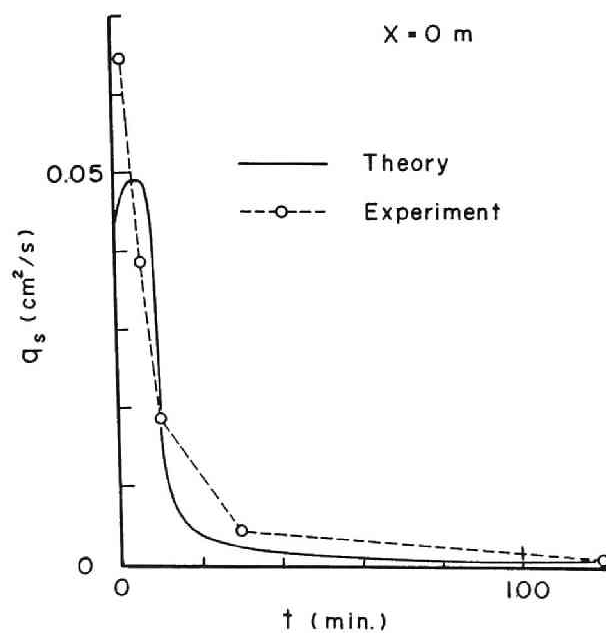
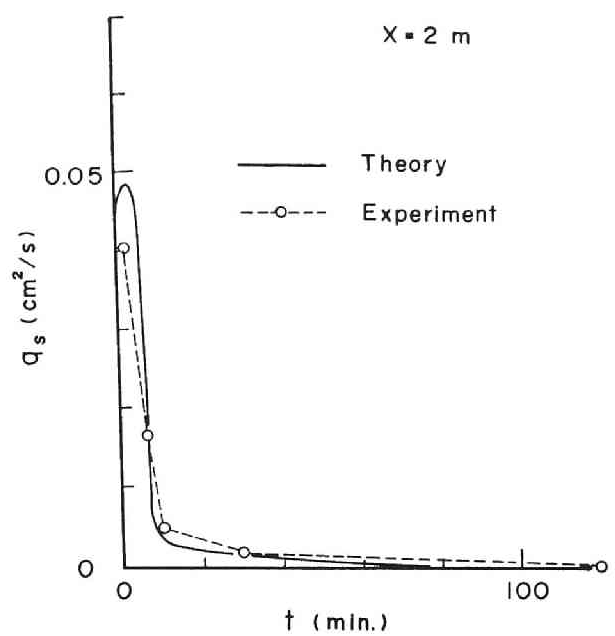


図 5.8 浮遊砂濃度の場所的变化

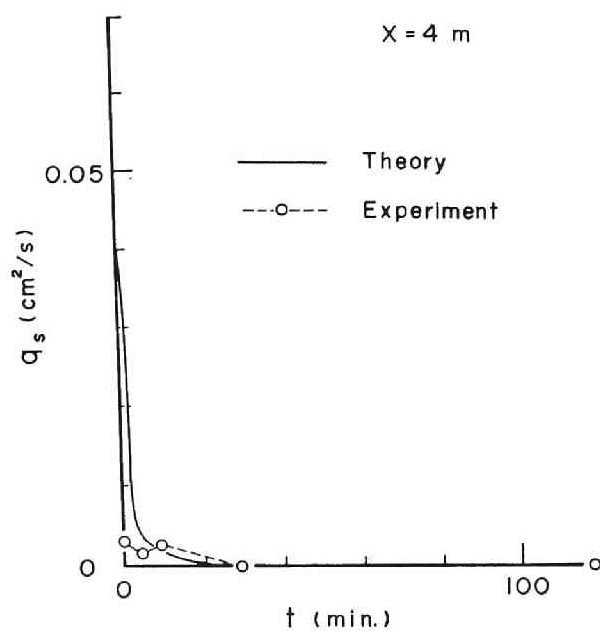


(a)

図 5.9 (a) 浮遊砂量の時間変化

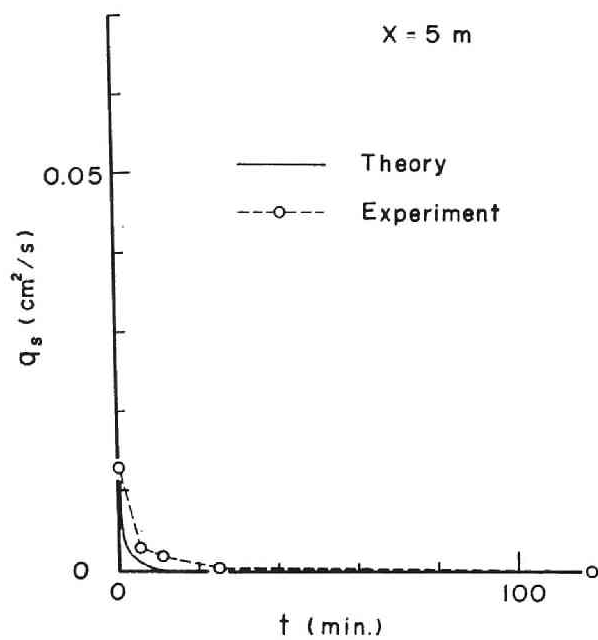


(b)



(c)

図 5.9 (b), (c) 浮遊砂量の時間変化



(d)

図 5.9 (d) 浮遊砂量の時間変化

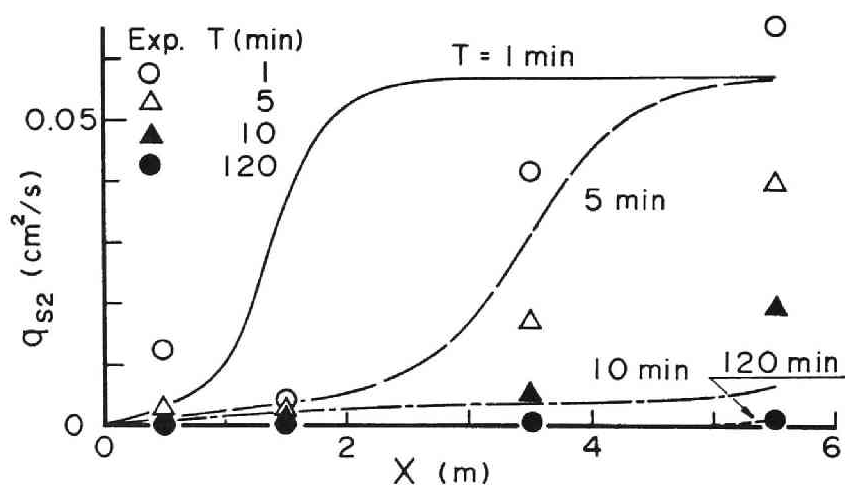


図 5.10 浮遊砂量の場所的变化

5.4 浮遊砂を伴うアーマールコートの形成過程に関するシミュレーション⁶⁾

5.4.1 基礎式

アーマールコートの形成過程を解析するための基礎式は、

- ① 流水の連続式
- ② 流水の運動方程式および抵抗則
- ③ 流砂の連続式
- ④ 粒度分布の連続式
- ⑤ 流砂量式

であり、parallel degradation の場合の③～⑤については 5.2 ですでに説明している。

流水の連続式と運動方程式は定常流を対象にすると図 5.11 を参照して、

$$\frac{\partial}{\partial x} (u h) = 0 \quad \dots\dots\dots (5.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2g} + h \cos \theta + z_s \right) = \frac{u_*^2}{g R} \quad \dots\dots\dots (5.13)$$

となる。ここに、 u ：流下方向の平均流速、 θ ：路床と水平方向の成す角度、 R ：けい深である。

抵抗則にたとえば粗面における対数則

$$\frac{u}{u_*} = 6.0 + 5.75 \log \frac{h}{k_s} \quad \dots\dots\dots (5.14)$$

を用いると、式(5.13)は式(5.12)を使って解くことができ、水面形や任意の位置における掃流力が計算できる。ここに k_s ：相当粗度高さである。しかし、前節で行った実験のように parallel degradation の場合にはほぼ等流が維持されており、擬似等流を仮定すると式(5.13)は次式のように簡単になる。

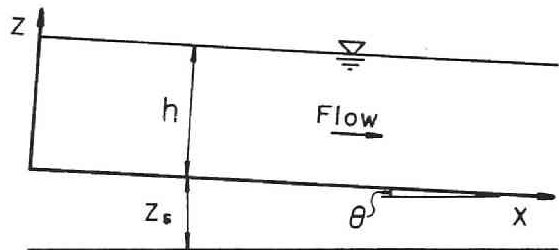


図 5.11 記号説明図

$$\frac{\partial z_s}{\partial x} = \frac{u_*^2}{g R} \quad \dots\dots\dots (5.15)$$

したがって、parallel degradation の場合には、式(5.12)、(5.14)および(5.15)から平均水深と摩擦速度を求め、5.2 で示した流砂の連続式と粒度分布の連続式を掃流砂量式および浮遊砂量式

を用いて差分法で解けば、河床変動、粒度分布の変化、流砂量の変化などが計算できる。ただし、浮遊砂量については、次に述べるように式(5.9)を若干簡略化して計算する。

式(5.9)では、河床を離脱した粒子が τ 時間後に浮遊状態にある確率 $p_{si}(x_0, \tau, t_0)$ が河床条件の変化によって異なることを考慮して x_0 と t_0 の関数となっている。しかし、parallel degradationの場合には、水量は時間的、場所的にほとんど変化せず、また粒子が一旦河床を離脱すれば浮遊粒子の運動には河床条件はあまり影響しないので p_{si} は x_0 と t_0 に関してほぼ一定と考えても差し支えないものと考えられる。そこで、ここでは初期条件に対する $p_{si}(x_0, \tau, t_0)$ を一貫して用いることにし、それを $f_{si}(\tau)$ で表示すると、 $t = T$ 、 $x = X$ における浮遊砂量と沈降率は次式ようになる。

$$q_{si}(X, T) = \int_{x_{min}}^X \frac{1}{\sigma} q_{sui}(x_0, T - \frac{X-x_0}{\bar{u}_p}) f_{si}(\frac{X-x_0}{\bar{u}_p}) dx_0 \dots\dots (5.16)$$

$$q_{sdi}(X, T) = \int_{x_{min}}^X \frac{1}{\sigma} q_{sui}(x_0, T - \frac{X-x_0}{\bar{u}_p}) \frac{d}{dx_0} f_{si}(\frac{X-x_0}{\bar{u}_p}) dx_0 \dots\dots\dots (5.17)$$

式(5.16)、(5.17)は差分法で数値計算されるが、流下方向の差分間隔 Δx と時間差分 Δt の関係を

$$\Delta x = \Delta t \cdot \bar{u}_p \dots\dots\dots (5.18)$$

とおけば、時刻 $t = k \Delta t$ 、地点 $x = \Delta x, 2 \Delta x, \dots\dots, j \Delta x, \dots\dots, n \Delta x$ における浮遊砂量 $q_{sik} = (q_{si1k} \ q_{si2k} \ \dots\dots q_{sin k})$ と沈降率 $q_{sdi k} = (q_{sdi1k} \ q_{sdi2k} \ \dots\dots q_{sdi n k})$ は次式から算定される。

$$q_{sik} = \Delta x \ q_{sui} \ f_{si} \dots\dots\dots (5.19)$$

$$q_{sdi k} = q_{sui} \ g_{si} \dots\dots\dots (5.20)$$

ここに、 q_{sui} は $t = \ell \Delta t$ 、 $x = j \Delta x$ における浮上率 $q_{sui j \ell}$ を要素とする行列で次式で表示される。

(1) $k \geq n$ のとき

$$q_{sui} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots\dots\dots 0 & 0 \\ q_{sui \ 1 \ k-1} & 0 & \dots\dots\dots 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ q_{sui \ n-2 \ k-1} & q_{sui \ n-3 \ k-2} & \dots\dots\dots q_{sui \ 1 \ k-n+2} & 0 \\ q_{sui \ n-1 \ k-1} & q_{sui \ n-2 \ k-2} & \dots\dots\dots q_{sui \ 2 \ k-n+2} & q_{sui \ 1 \ k-n+1} \end{pmatrix} \quad (5.21)$$

(2) $k < n$ のとき

$$\mathbf{q}_{sui} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ q_{sui\ 1\ k-1} & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ q_{sui\ j-1\ k-1} & q_{sui\ j-2\ k-2} & \cdots & q_{sui\ 1\ 2} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ q_{sui\ j\ k-1} & q_{sui\ j-1\ k-2} & \cdots & q_{sui\ j-k+2} & q_{sui\ j-k+1\ 1} & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ q_{sui\ n-2\ k-1} & q_{sui\ n-3\ k-2} & \cdots & q_{sui\ n-k+1\ 2} & q_{sui\ n-k\ 1} & 0 & \cdots & 0 \\ q_{sui\ n-1\ k-1} & q_{sui\ n-2\ k-2} & \cdots & q_{sui\ n-k+2\ 2} & q_{sui\ n-k+1\ 1} & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \cdots \cdots \cdots (5.22)$$

\mathbf{f}_{si} は河床を離脱した粒子が離脱後 $j' \Delta t$ 時間経過したときに浮遊している確率 $f_{si\ j'}$ を要素とするベクトルで、

$$\mathbf{f}_{si} = \begin{pmatrix} f_{si\ 1} \\ f_{si\ 2} \\ \vdots \\ f_{si\ n-1} \end{pmatrix} \cdots \cdots \cdots (5.23)$$

\mathbf{g}_{si} は河床を離脱した粒子が離脱後 $t = (j' - 1) \Delta t$ から $t = j' \Delta t$ の間に沈降し河床砂となる確率 $g_{si\ j'} = f_{si\ j'-1} - f_{si\ j'}$ を要素とするベクトルで、

$$\mathbf{g}_{si} = \begin{pmatrix} g_{si\ 1} \\ g_{si\ 2} \\ \vdots \\ g_{si\ n-1} \end{pmatrix} \cdots \cdots \cdots (5.24)$$

で表示される。ただし、 $f_{si\ 0} = 1$ である。

式(5.19)～(5.24)より $q_{si}(X, T)$ と $q_{sdi}(X, T)$ は数値計算される。

5.4.2 $f_{si}(\tau)$ の計算結果

本シミュレーションでは解析を簡単にするために、 $f_{si}(\tau)$ の計算を式(4.26)～式(4.28)の簡易法を用いることにする。 $f_{si}(\tau)$ は式(4.28)で計算される $f(z, \tau)$ より、

$$f_{si}(\tau) = \int_0^h f(z, \tau) dz \cdots \cdots \cdots (5.25)$$

で与えられる。

前章の図 4.16(a)は前節で述べた実験条件に対して $f_{si}(\tau)$ を簡易法を用いて求めた結果(実線)を示したものである。(図中では $f_{si}(\tau)$ を p_s で表示している。)参考のために、粒子の運動方程式に基づく浮遊粒子の運動モデルより $f_{si}(\tau)$ を算定した結果(描点)も描かれているが、これからわかるように、本実験条件に対する本実験で用いた粒子の乱れとの追従性は良好であり両者の結果はほぼ一致している。

5.4.3 解析結果と実験結果との比較

5.3で述べた実験条件に対して、本理論を適用してアーマーコートの形成過程のシミュレーションを行った。計算条件は、流下方向の差分を $\Delta x = 5 \text{ cm}$ 、時間差分を $\Delta t = \Delta x / \bar{u}_p$ 、 $k_s / d_m = 2$ 、 $\eta_s = 0.25$ 、 $k_u = 1.0$ とした。また、 τ_{*cm} は岩垣の式⁹⁾より0.04とした。

図 5.12に河床位と水位の初期値と最終値の理論結果と実験結果を比較する。河床位の変化については両者は良く適合しているが、水位については理論値が過大評価されている。これは k_s / d_m の値に問題があるものと考えられる。しかし、河床位と水位は大体模擬できると見なせる。

図 5.6に $x = 0, 2, 4$ および5.5 mの河床表面における礫の混合割合 p_1 の時間変化の理論値と実験値を示す。理論値は河床表面の粗粒化が上流ほど早く進行し、下流側では初期の数十分の間に p_1 が急速に増加し、その後徐々に増加するという実験値の傾向を良く表現している。また、最終的なアーマーコートの粒度分布についても理論値と実験値は良く一致している。

図 5.9には $x = 0, 2, 4$ および5 mにおける浮遊砂量の時間変化の実測値と理論値の比較も行っている。 $x = 5 \text{ m}$ のところを除いて両者は良く一致しており、本理論の妥当性が示唆されている。また、図 5.10は浮遊砂量の流下方向の変化の計算値と実験値との比較を示したもので、浮遊砂量の非平衡領域が下流側へ広がる過程が解析されている。実験値との適合性は十分とは言えないが、理論値は実験値の傾向を大体表わしている。

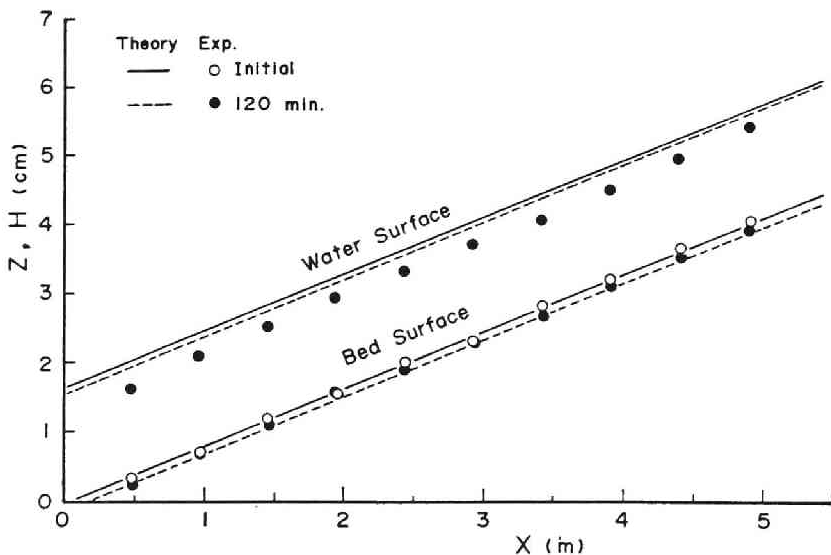


図 5.12 水面形と河床形の理論値と実験値との比較

図 5.13 は下流端での全流砂量の時間変化の実験値と理論値を比較したもので、初期を除いて両者はほぼ一致している。

これらの図より、本理論はアーマーコートの形成過程を比較的良好に模擬しており、非平衡浮遊砂量の計算値も実験値の傾向をよく表現している。したがって、前章で提案した非平衡浮遊砂量の算定法は、十分適用性のあるものであると認められる。

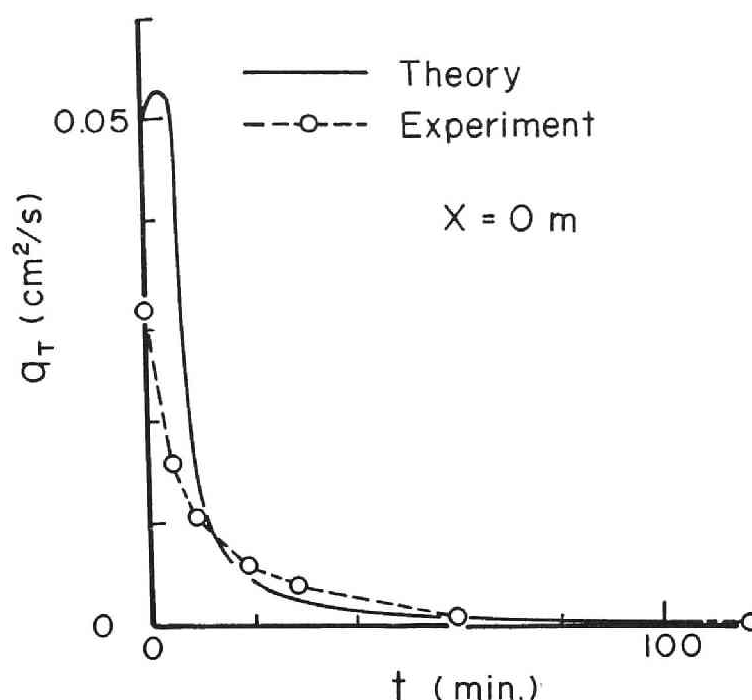


図 5.13 全流砂量の理論値と実験値との比較

5.5 結 語

本章では、第 4 章で提案した非平衡浮遊砂量の算定法の適用例として、アーマーコートの形成過程に伴って生じる浮遊砂量の算定を行ない、その妥当性を二粒径混合砂を用いた実験から検証した。アーマーコートの形成過程では、浮遊砂の非平衡性は浮遊粒子のステップレングスと河床表面の粒度分布の流下方向の差異に起因する。この事を十分考慮することが浮遊砂量の算定や河床変動の計算において重要であり、それゆえ、浮遊砂量の算定に第 4 章で提案した確率モデルを用いることが有用となる。

5.2 では、浮遊砂を伴ったアーマーコートの形成過程のモデル化を、掃流砂を対象にした平野のモデルを拡張して行った。本モデルは、河床材料の最大粒径の厚みをもった混合層を河床表面に設定し

その層内における掃流砂、浮遊砂および河床砂の収支関係を定式化するもので、とくに parallel degradation の場合を対象にしている。非平衡浮遊砂量の算定法は第 4 章で提案した確率モデルに従って提示され、それより任意の地点および時刻における浮遊砂量が計算される。このように、本モデルでは浮遊砂の非平衡性を十分考慮してアーマールコートの形成過程が解析できる点が特徴である。

5.3 では、アーマールコートの形成過程とそのときの浮遊砂の非平衡性について、実験的検討を行った。本実験では、簡単のために河床材料に二粒径混合砂を用いたので、連続的な混合砂の場合と二粒径混合砂の場合のアーマリング現象の相異について検討を要すると思われるが、全般的な現象の特性、たとえば流砂量、粒度分布および水理量の変化特性については従来の研究結果と同様の傾向を示した。浮遊砂の移動速度は掃流砂のものより速いため、浮遊砂が存在するとアーマールコートの伝播は速くなるものと考えられ、非平衡浮遊砂の領域は急速に下流へ拡がり、浮遊砂量は急激に減少する。

5.4 では、5.3 で行った実験のシミュレーションを行った。浮遊砂量の算定には、浮遊砂のステップレングスに起因する非平衡性と河床条件の変化に対処できる第 4 章で提案した方法を用いているため、浮遊砂量の時間的、場所的变化は良好に再現できた。また、河床変動、粒度分布の時間的、場所的变化、下流端の全流砂量の変化などに関しても、本理論の適用性が実験値との比較から検証された。

参 考 文 献

- 1) Gessler, J. : Self-stabilizing tendencies of alluvial channels, Proc. ASCE, No.WW2, 1970, pp. 235-249.
- 2) 河村三郎：Armor Coat の生成に関する研究，第15回水理講演会演集，1971，pp. 37-42.
- 3) 平野宗夫：Armoring をともなう河床低下について，土木学会論文報告集，第195号，1971，pp. 55-65.
- 4) 芦田和男・道上正規：混合砂礫の河床変動 — Armoring 現象について —，第15回水理講演会講演集，1971，pp. 31-36.
- 5) 中川博次・辻本哲朗・原稔明：混合砂れき床面の粗粒化過程について，京都大学防災研究所年報，第20号 B-2，昭和52年，pp.355-370.
- 6) 芦田和男・藤田正治・向井 健：河床砂礫の浮上率と浮遊砂量，京都大学防災研究所年報，第28号 B-2，昭和60年，pp. 353-366.
- 7) 芦田和男・道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第206号，1972，pp. 59-69.
- 8) Egiazaroff, I. V. : Calculation of Nonuniform Sediment Concentrations, Proc. ASCE, Vol. 91, HY4, 1965, pp. 225-247.
- 9) 岩垣雄一：限界掃流力に関する基礎的研究，(I) 限界掃流力の流体力学的研究，土木学会論文報告集，第41号，1956，pp. 1-20.

結 論

本論文は、詳細な実験に基づいて河床砂礫の浮遊機構を明らかにするとともに、砂礫の浮上率や浮遊運動を定式化して、平衡および非平衡状態に対する浮遊砂量の算定法を提案するものである。まず、高速ビデオカメラによる河床付近の流れと砂礫粒子運動の同時撮影および河床付近における乱流計測によって砂礫の運動軌跡を解析するとともに、砂礫に作用する流体力を評価してその浮遊機構を明らかにした。つぎに、この成果より河床粒子の浮遊限界について検討し、とくに、混合砂の場合、礫の遮蔽効果が重要であることを示し、それを定量的に評価して、一様砂および混合砂に一般的に適用できる浮遊限界の理論式を導いた。また、河床粒子の浮遊運動を確率的にモデル化し、浮遊粒子の運動特性について検討した。さらに、河床砂礫の浮上率の算定式を導き、平衡および非平衡浮遊砂量の算定法を提案した。この算定法の適用性は、平衡浮遊砂濃度分布に関する従来の実験結果や浮遊砂を伴うアーマールコート形成過程の実験のシミュレーション結果より検証された。各章で得られた主要な結果を以下に要約して示す。

第1章では、粗面および滑面上の粒子の浮遊機構について、パースティングなどの大規模な乱流構造と浮遊粒子の運動との関連性を検討した結果を示している。粗面河床の場合、滑面河床の場合に比べて乱流構造や乱流特性に関する知見が少ないため、まず染料や水素気泡による流れの可視化によって、河床付近に発生する上昇流の発生周期、継続時間などの乱流特性量の計測を行ない、その一般的な表示法を求めた。とくに、上昇流のラグランジュ的継続時間 T_{el} は粒子の浮遊運動のモデル化において重要なパラメータであるが、 T_{el} を水深と摩擦速度で無次元化した値が上昇流体塊の上昇高さの関数になることを示した。つぎに、河床付近の上昇流の発生に伴って河床粒子が浮上することや上昇流によって浮遊粒子が再浮上することが、染料で可視化された流れと粒子運動の高速ビデオによる同時撮影から考察された。また、粒子の運動を三次元的に撮影し、浮遊粒子の運動に及ぼす並列らせん流の影響を調べたが、固定床上では並列らせん流が安定しないため、浮遊粒子の横断方向の運動にはむしろ粗度の影響の方が大きいことが推察された。以上のような浮遊機構についての定性的な考察結果を定量的に解明するために、粒子の軌跡と運動方程式から粒子に作用する揚圧力や流体力の値を推定した。その結果、河床粒子は上昇流体塊の加速運動に起因する揚圧力の作用によって浮上し、その後揚圧力は減少するが上昇流の流体力によってさらに浮上すること、河床付近の上昇流とともに浮上した後は比較的スケールの大きい乱れによる流体力によって浮上または沈降を繰り返すことがわかった。これらの結果より、粗面上の粒子の浮遊機構を定性的、定量的に説明した。ついで、滑面の場合の粒子の浮遊機構については、詳しい検討はしていないが、基本的には粗面の場合と同じであり、両者の相異点は揚圧力や乱れ速度の確率分布にあることを指摘した。

第2章では、粗面および滑面、一様砂および混合砂の場合の浮遊限界について、実験的・理論的に考察するとともに、その成果を用いて粒子の流送形態の遷移過程について検討した。本研究では、河床粒子が浮上し始める限界を浮遊限界と定義し、その特性は河床が粗面であるか滑面であるかによ

て著しく変化すること、また混合砂の場合には、礫の間隙中における粒子の存在高さによって浮遊限界が異なることを明らかにした。また、従来、提案されている $u_* = w_0$ という浮遊限界は、粗面河床となる 150μ 以上の砂粒子（比重 2.65）の一樣砂において浮遊砂が無視できない程度に存在し始める限界に対応していて、上述の浮遊限界とは異なることがわかった。ついで、河床粒子が揚圧力によって浮上すれば浮遊砂になるという前章の結果より、一樣砂および混合砂の場合の浮遊限界の条件式を提示した。この理論に含まれる揚圧力係数と遮蔽係数は、浮遊限界摩擦速度の実験値から逆算され、その算定法が図示された。この理論式を用いると一樣砂の場合でも混合砂の場合でも、浮遊限界が比較的正確に表現できる。

第 3 章では、浮遊砂量、粒子の拡散係数および河床粒子の浮上率の算定のための基礎となる浮遊粒子の運動モデルについて検討した。本理論の特徴は、揚圧力や流体力などの外力を評価して粒子の運動を決定論的に解析した結果と、揚圧力や乱れ速度の確率分布を考慮した粒子の浮遊運動の確率的解析を結合する点にある。したがって、乱れ速度に対する粒子の応答性が悪い場合にも適用できる。この理論に従うと浮遊粒子の存在高さの確率分布やステップレングスの確率分布が計算される。理論の妥当性は粒径 1.4 mm 、比重 1.05 のポリスチレン粒子を用いた実験より検証され、本理論によって浮遊粒子の運動特性量の確率分布が明確に算定されることがわかった。

第 4 章では、前章の結果を用いて確率過程論的な浮遊砂量の算定法を提案した。確率過程論的な手法では、河床砂礫の浮上率と浮上後の存在高さの確率分布から浮遊砂濃度分布が計算される。後者については、前章で説明した理論より求められるので、本章では浮上率の算定式について検討した。粒径、流体密度および重力加速度で無次元化した浮上率は摩擦速度と粒子の沈降速度との比、粒径、遮蔽係数をパラメータにして計算され、一樣砂の場合にも混合砂の場合にも適用できる。理論式中の唯一の実験定数は河床粒子同士の配列の状態から説明でき、本理論の妥当性が示された。ついで、この結果を用いて平衡浮遊砂濃度分布を算定し、従来の実験結果と比較して、本理論の適合性を検証した。また、非平衡浮遊砂の場合に対しても濃度分布や浮遊砂量の算定式を提示した。さらに、平衡浮遊砂量の計算において実用上便利な拡散理論における 2 つの問題点、すなわち拡散係数と基準点濃度の計算法を本理論より再検討した。その結果、拡散係数と渦動粘性係数との比 ϵ / ϵ_0 が沈降速度と摩擦速度との比 w_0 / u_* の増加に伴って増加する傾向があることが明らかにされ、両者の関係は濃度分布の実測値に基づく結果とよく一致することがわかった。また、本理論による基準点濃度の計算法は粒径、比重、 w_0 / u_* 、遮蔽係数をパラメータとしており、計算値と実験値との適合性は良好であることがわかった。したがって、 ϵ / ϵ_0 と基準点濃度を本理論から求めると、平衡浮遊砂量の算定が Rouse の濃度分布等を用いて行える。

第 5 章では、非平衡浮遊砂量の算定法の適用例として、アーマーコートの形成過程における非平衡浮遊砂問題を取り挙げ、その過程およびそれに伴って変化する浮遊砂量の解析法を提示した。また、二粒径混合砂を用いた実験のシミュレーションをこれを用いて行い、アーマーコートの形成過程や非平衡浮遊砂量がほぼ的確に再現できることが認められた。

以上が本論文で得られた主要な成果である。実河川の問題に適用するためには、流量の非定常性、

河道の非一様性、浮遊砂に及ぼす河床波の影響など、まだ多くの問題点を考える必要があるが、本研究はこれらのことを十分考慮に入れることのできるものである。今後このような問題についてさらに研究を進めて行きたい。

最後に、本研究を遂行するにあたり、終始懇切な御指導や適切な御教示を賜った京都大学防災研究所芦田和男教授に深甚な謝意を表するとともに、浮遊砂に関する諸問題について有意義な御助言をいただいた徳島大学建設工学科岡部健士講師ならびに京都大学防災研究所江頭進治助教授に厚く御礼申し上げます。また、本実験や資料整理などに熱心に御協力していただいた京都大学防災研究所吉田義則技官をはじめとする砂防部門の皆様、耐水システム部門の皆様ならびに京都大学防災研究所宇治川水理実験所の皆様に心から感謝いたします。

